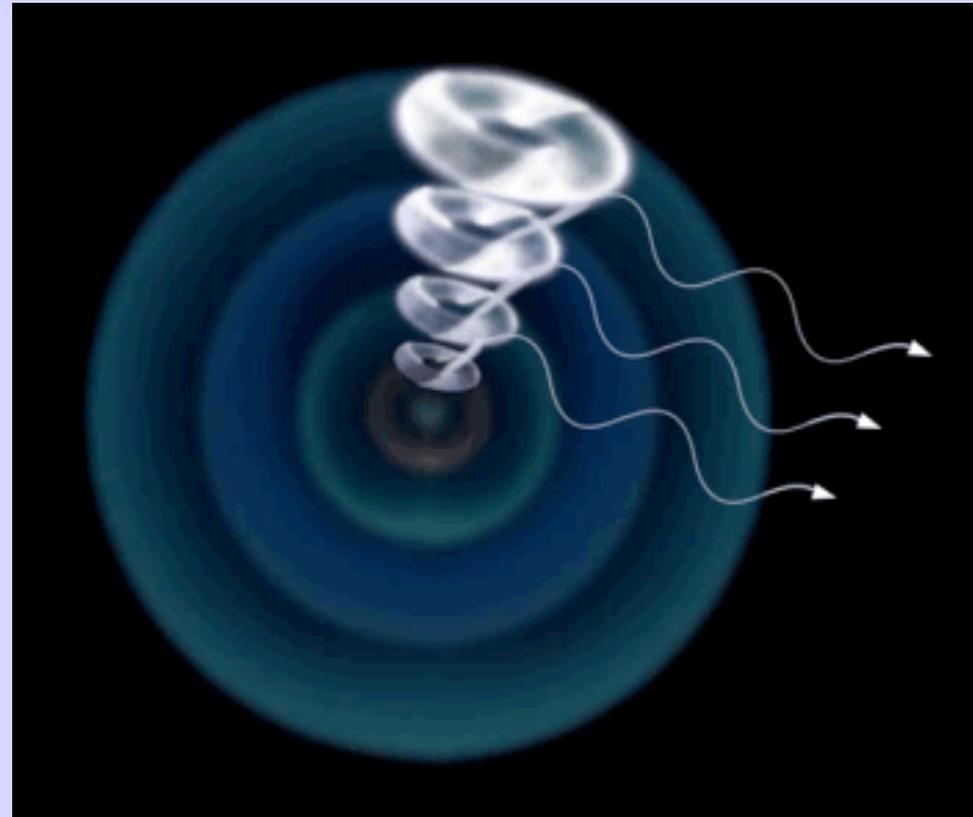

Quantenmechanik

Eine Kurzvorstellung
für Nicht-Physiker

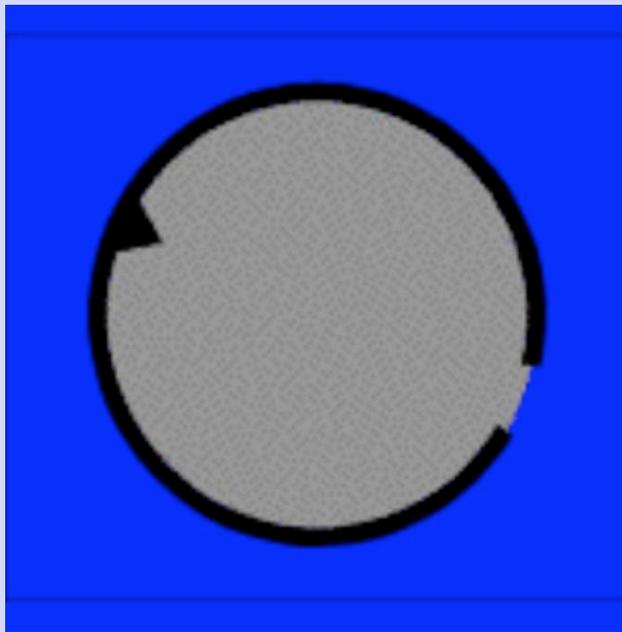


$$H\Psi = E\Psi$$

Die Quantenvorstellung

Der Ursprung: **Hohlraumstrahlung**

Das Verhalten eines
idealen Absorbers



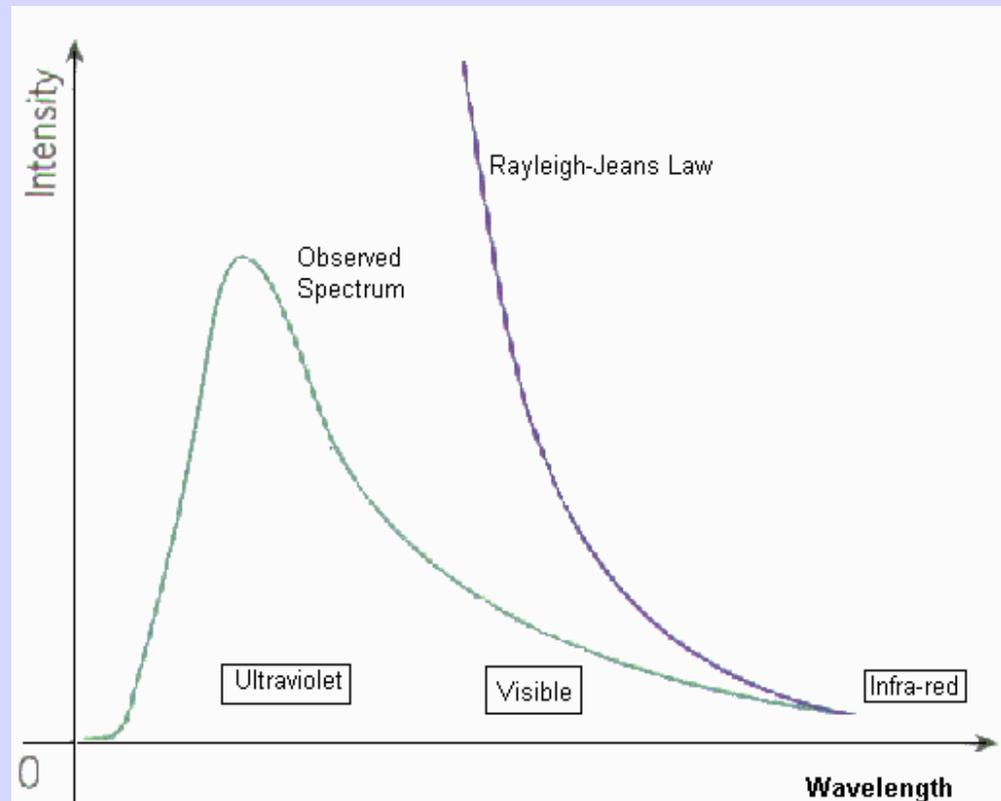
Von Interesse:

Energiedichte in
Abhängigkeit zur
Wellenlänge des
eingestrahnten Lichts
bei konstanter
Temperatur.

Die Quantenvorstellung

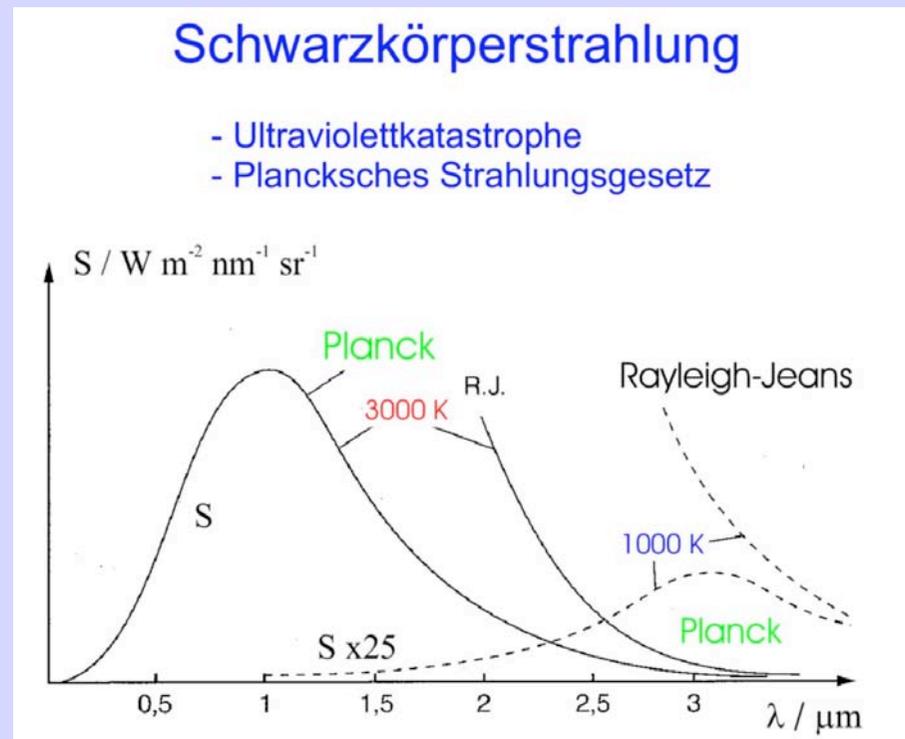
Modelle:

- **Wien** – gültig für niedrige Wellenlängen
- **Rayleigh-Jeans** – gültig für hohe Wellenlängen



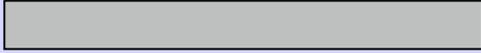
Die Quantenvorstellung

Planck: Energie zwischen Wandelelektronen und Strahlung kann **nur in ganzzahligen Vielfachen** ausgetauscht werden.





Die Quantenvorstellung



Konsequenzen:

Energiequantelung

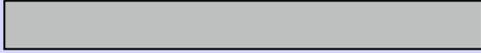
Alle Energie kann nur in diskreten Paketen absorbiert oder emittiert werden. Es gibt keine kontinuierlichen Spektren.

Beginn und Charakteristikum der Quantenphysik:

Plancksches Wirkungsquantum h



Bestimmung: Quantenmechanik



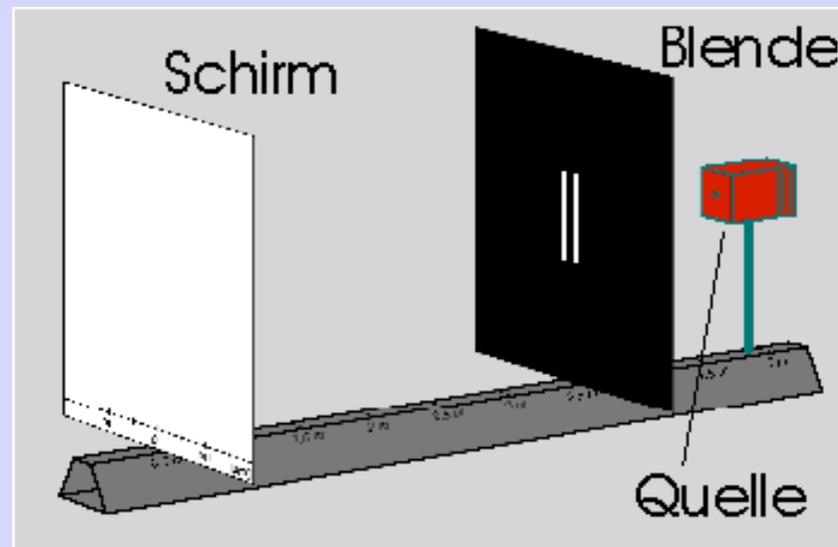
- Die Quantenmechanik beschreibt die Physik, in der das Wirkungsquantum h relevant ist:
Physik der atomaren Dimensionen.
- von lateinisch „**quantas**“ = „wie viel“
- typische Massen von **10^{-30} kg bis 10^{-25} kg**,
typische Linearabmessungen zwischen **10^{-15}**
bis 10^{-19} m.

Die Welle-Teilchen-Dualität

Fundamentale Eigenschaft:

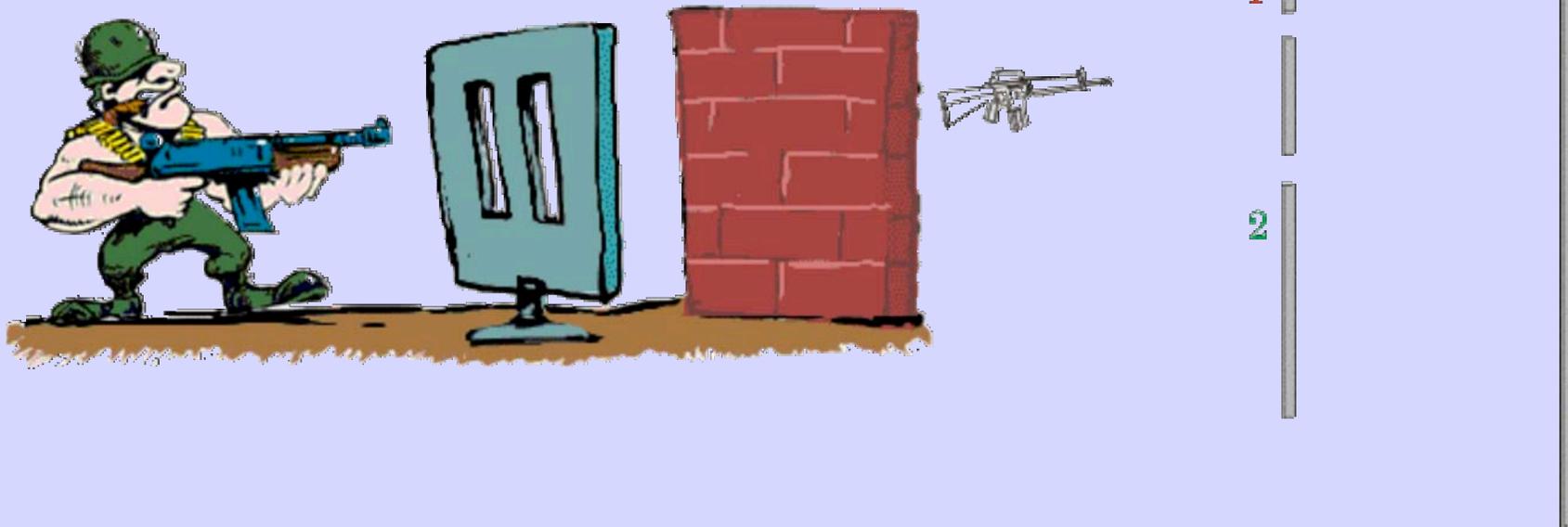
Welle-Teilchen-Dualität

Standardexperiment: Youngscher Doppelspalt



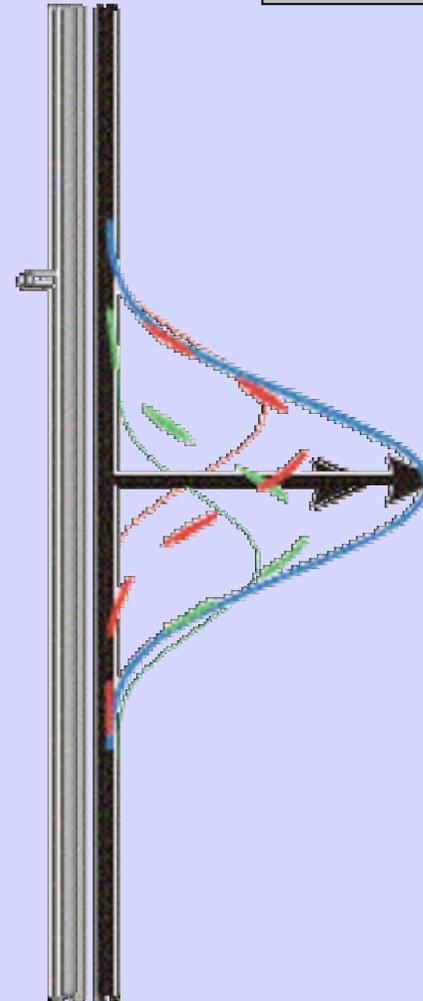
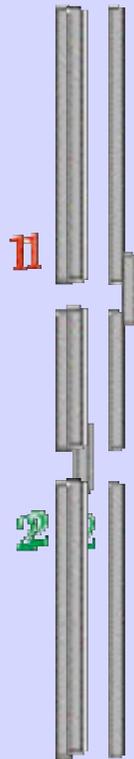
Die Welle-Teilchen-Dualität

Experiment 1:
Makro-Teilchen
(Kugeln)



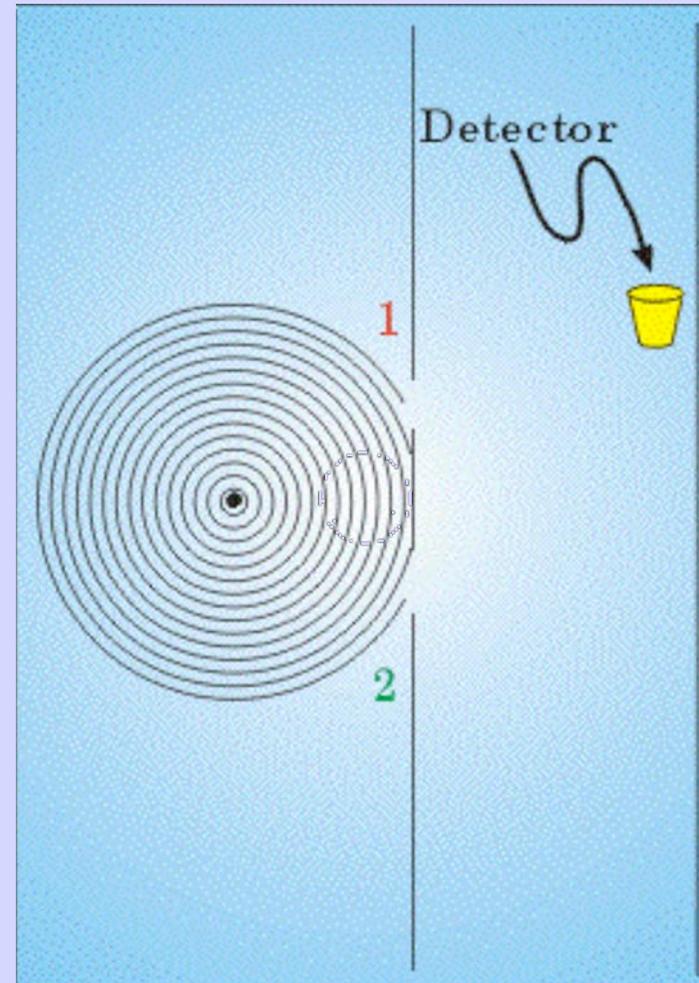
Die Welle-Teilchen-Dualität

Experiment 1:
Makro-
Teilchen
(Kugeln)



Die Welle-Teilchen-Dualität

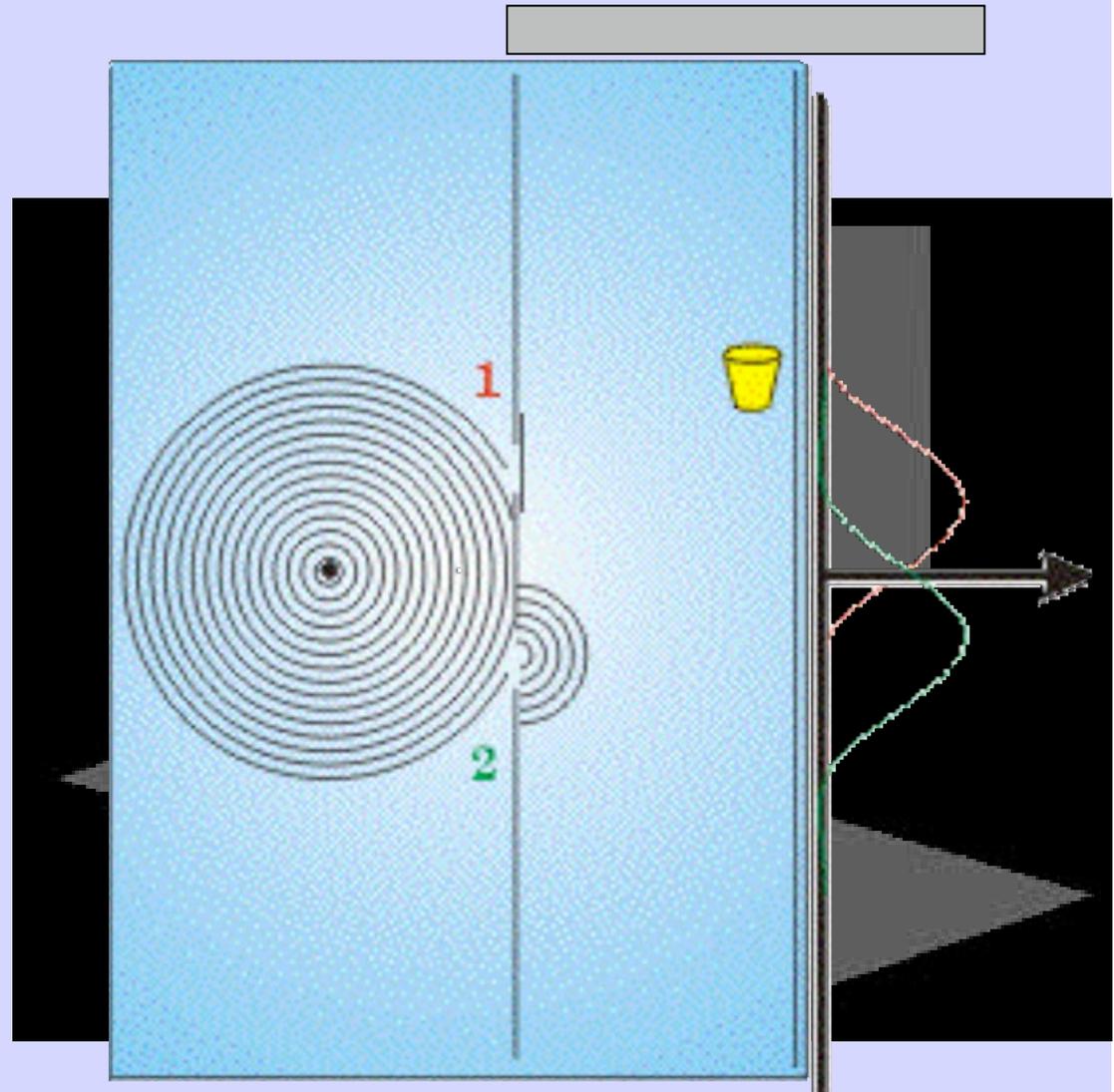
Experiment 2:
Wellenverhalten
- Makro-Wellen
(Wasser)



Die Welle-Teilchen-Dualität

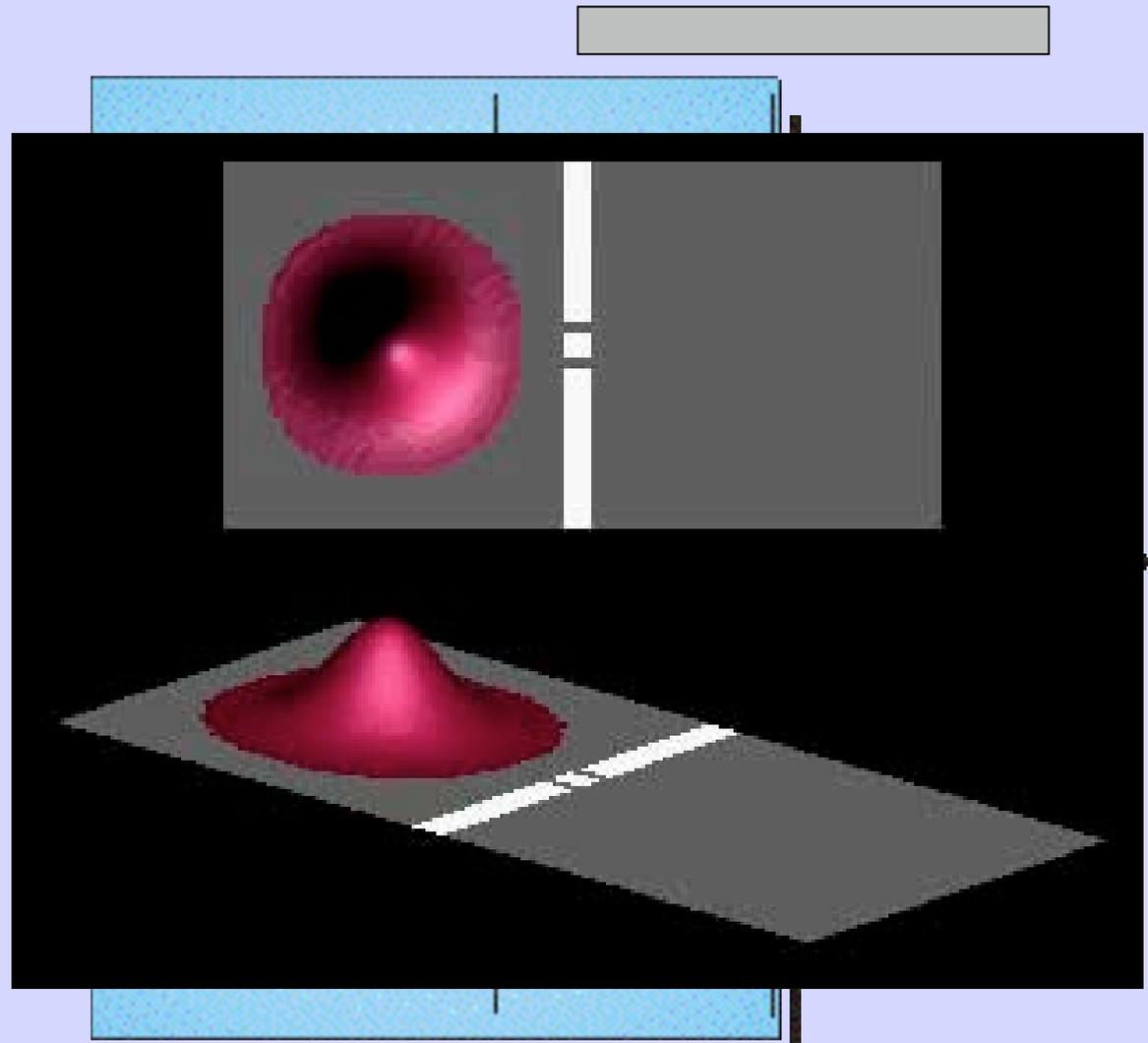
Experiment 2:
Wellenverhalten
- Makro-Wellen
durch einen
Spalt

Intensität: je eine
einfache Gauß-
Kurve wie bei
Kugeln



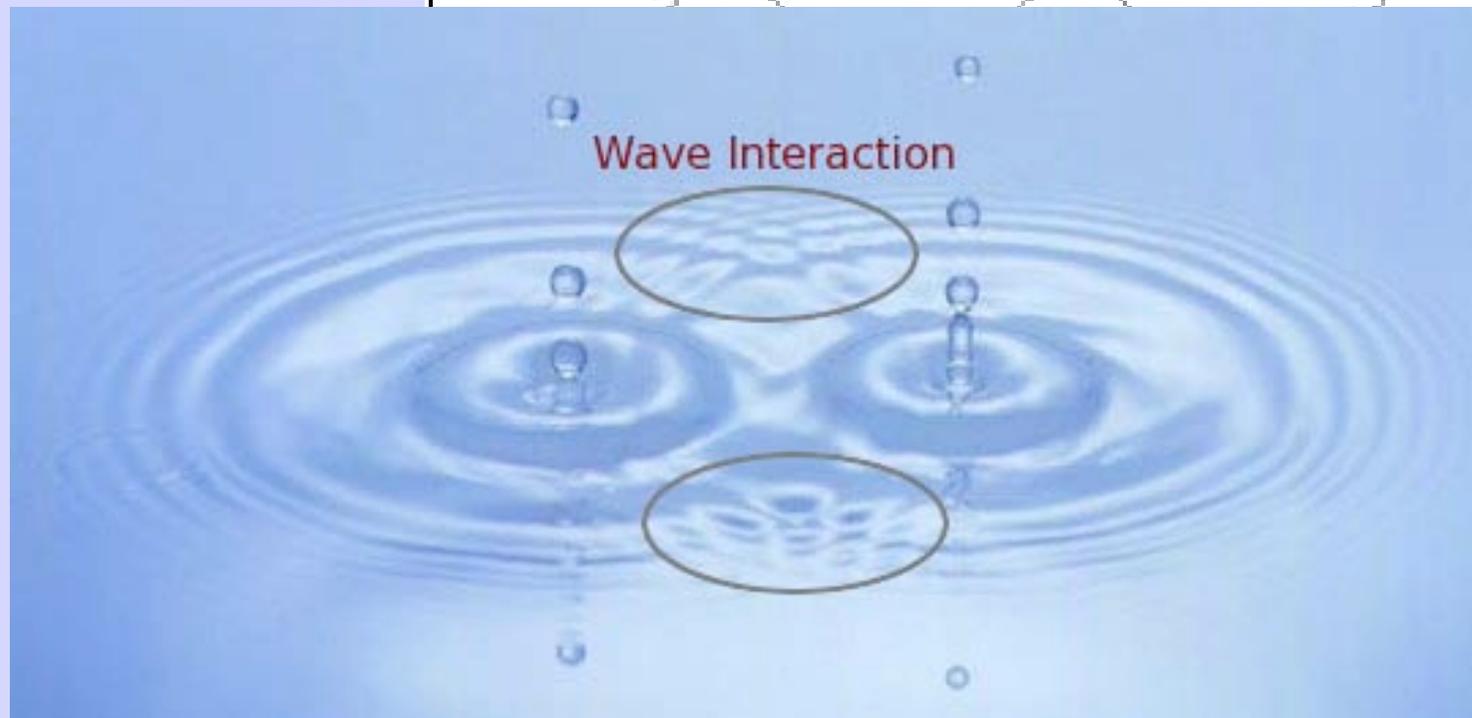
Die Welle-Teilchen-Dualität

Experiment 3:
Wellenverhalten
- Makro-Wellen
durch zwei
Spalte



Die Welle-Teilchen-Dualität

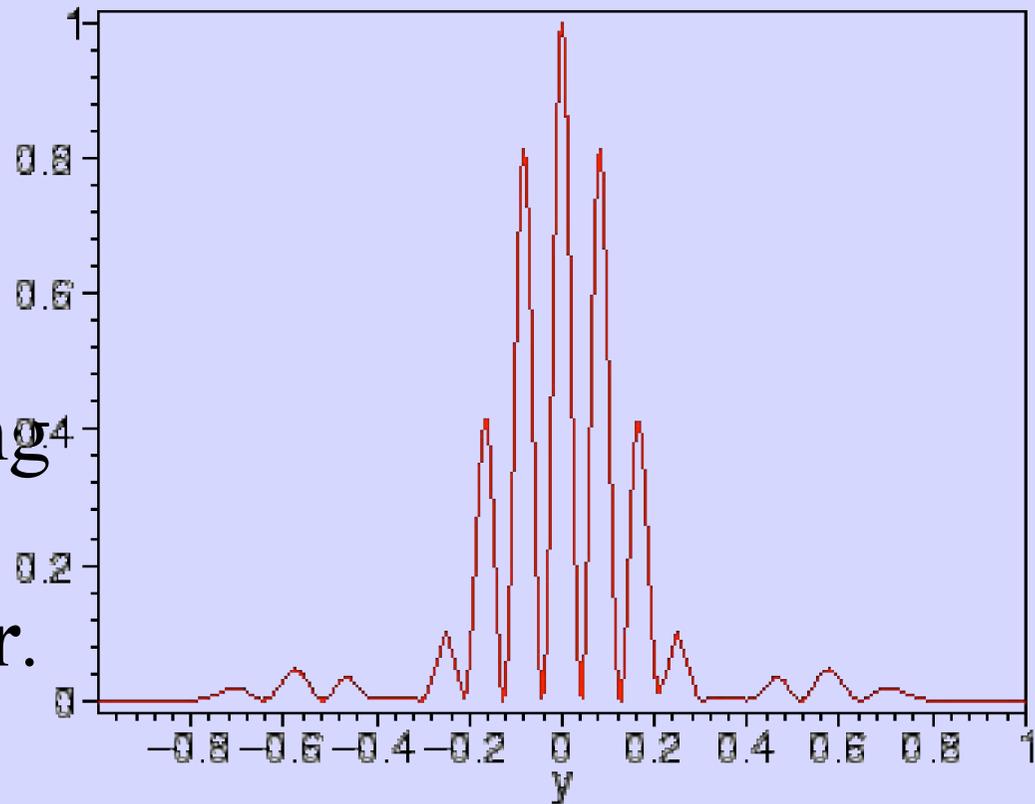
Interferenz!



Die Welle-Teilchen-Dualität

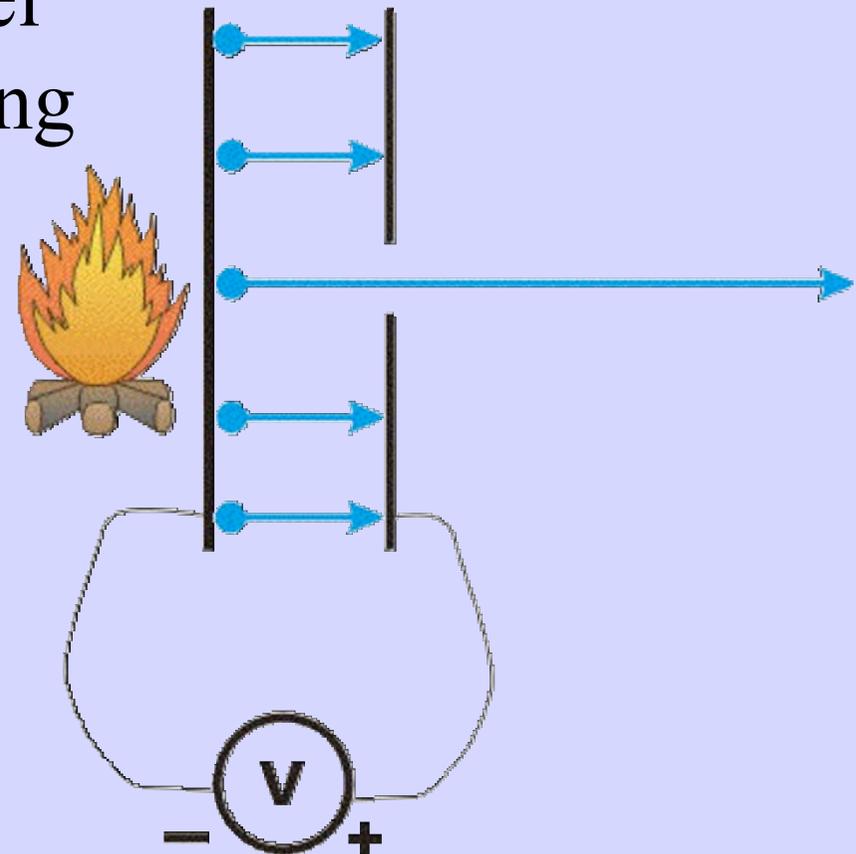
Besonderheit von
Wellen aller Art:
Interferenz!

Die
Intensitätsverteilung
ist ein typisches
Interferenzmuster.



Die Welle-Teilchen-Dualität

Experiment 4: Elektronen
„stückweise“ durch zwei
Spalte (mit Registrierung
des Auftreffens)



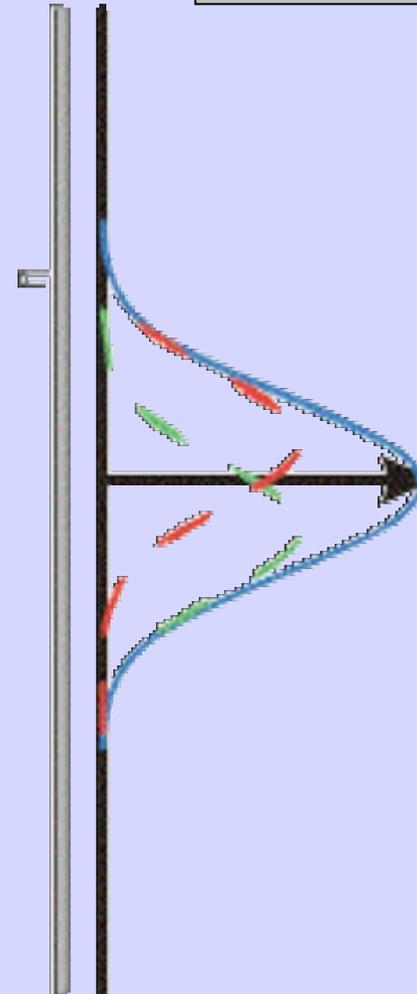
Die Welle-Teilchen-Dualität

Erwartet:
Das Kugelmuster!



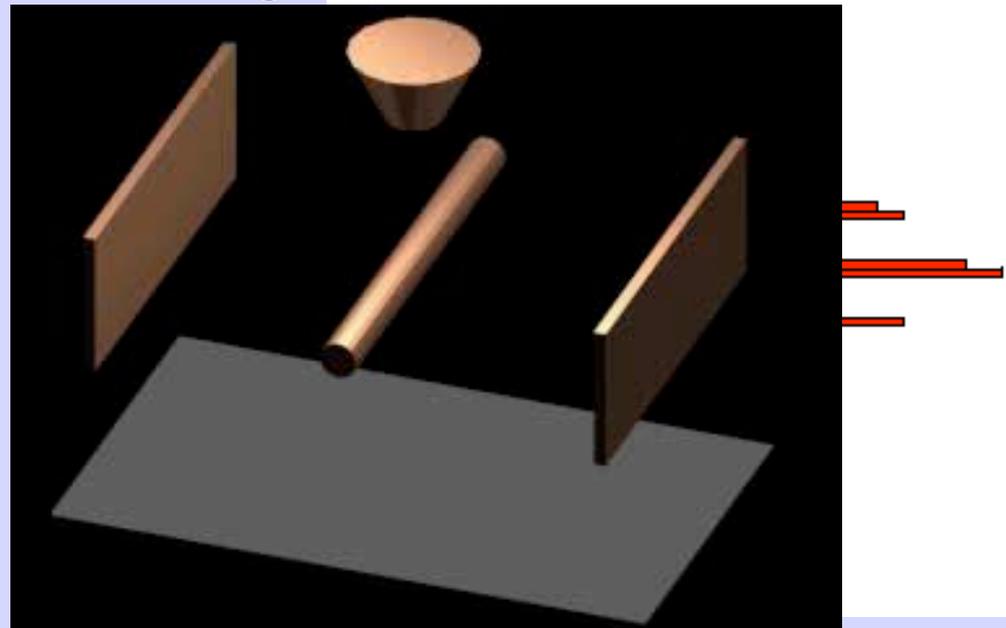
1

2



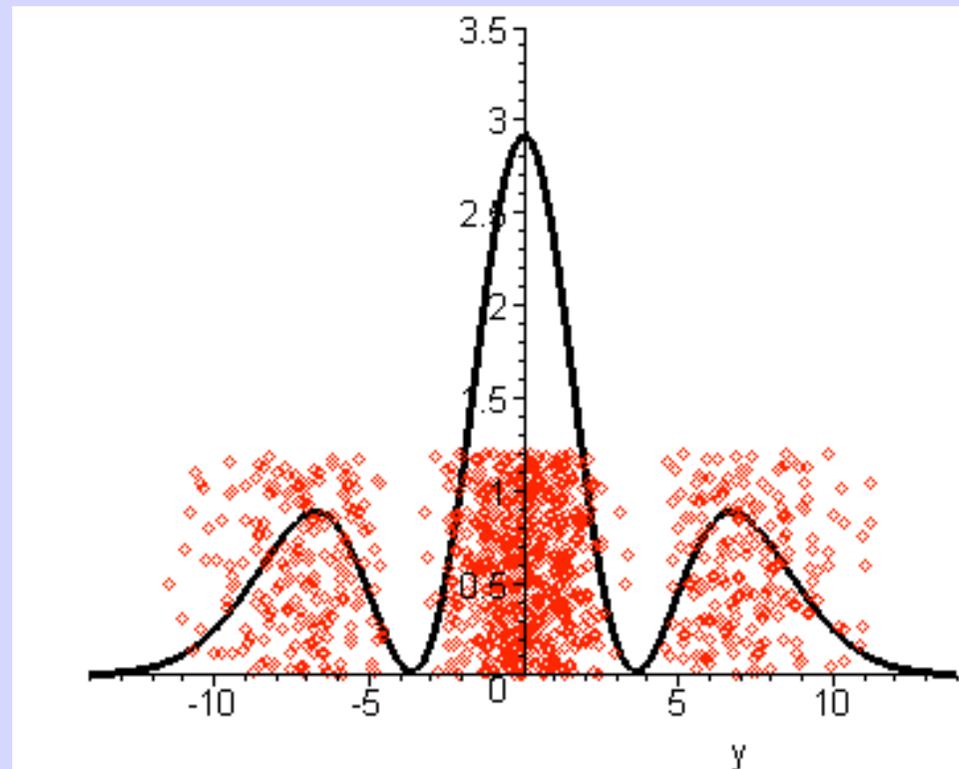
Die Welle-Teilchen-Dualität

Experiment 4: Elektronen
„stückweise“ durch zwei
Spalte (mit Registrierung
des Auftreffens)



Die Welle-Teilchen-Dualität

Experiment 4:
Elektronen zeigen
Interferenzverhalten
trotz einzelnen
Auftreffens





Die Welle-Teilchen-Dualität



Resultat: *Quantenmechanische Teilchen zeigen Wellenverhalten (Interferenz) und Teilchenverhalten (einzelnes Ankommen)! Alles ist gleichzeitig Welle und Teilchen!*

Dies gilt auch für **Photonen** (Beweis: Photoelektrischer Effekt (Einstein, Nobelpreis 1905)).



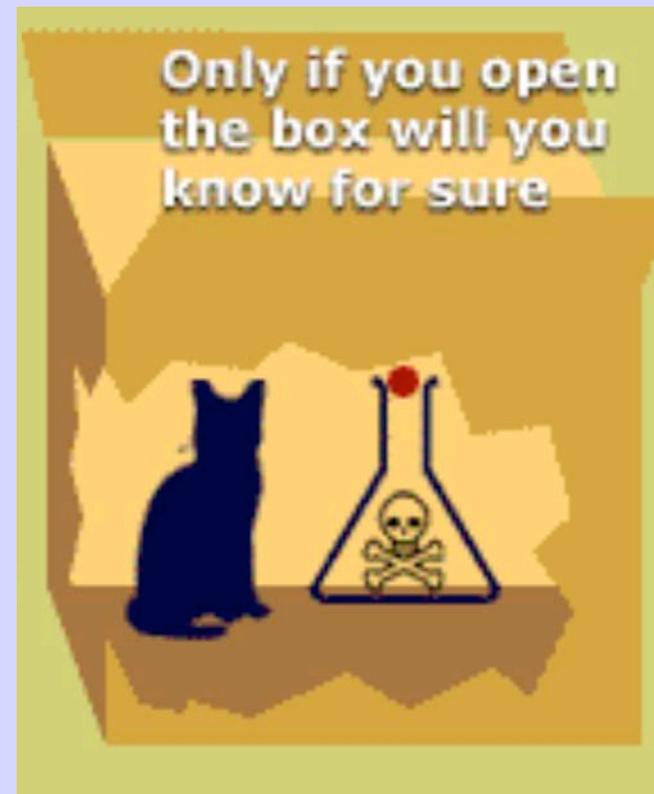
Die Welle-Teilchen-Dualität



- Interpretation: Materiewellen quantenmechanischer Teilchen sind „**Wahrscheinlichkeitswellen**“.
- Vor der Ankunft auf dem Schirm sind sie „**verschmiert**“ und in ihren Eigenschaften „wahrscheinlichkeitswellenartig“.
- Erst die Messung schafft eine „Faktizität“ (**Dekohärenz**), reduziert die Wahrscheinlichkeit.

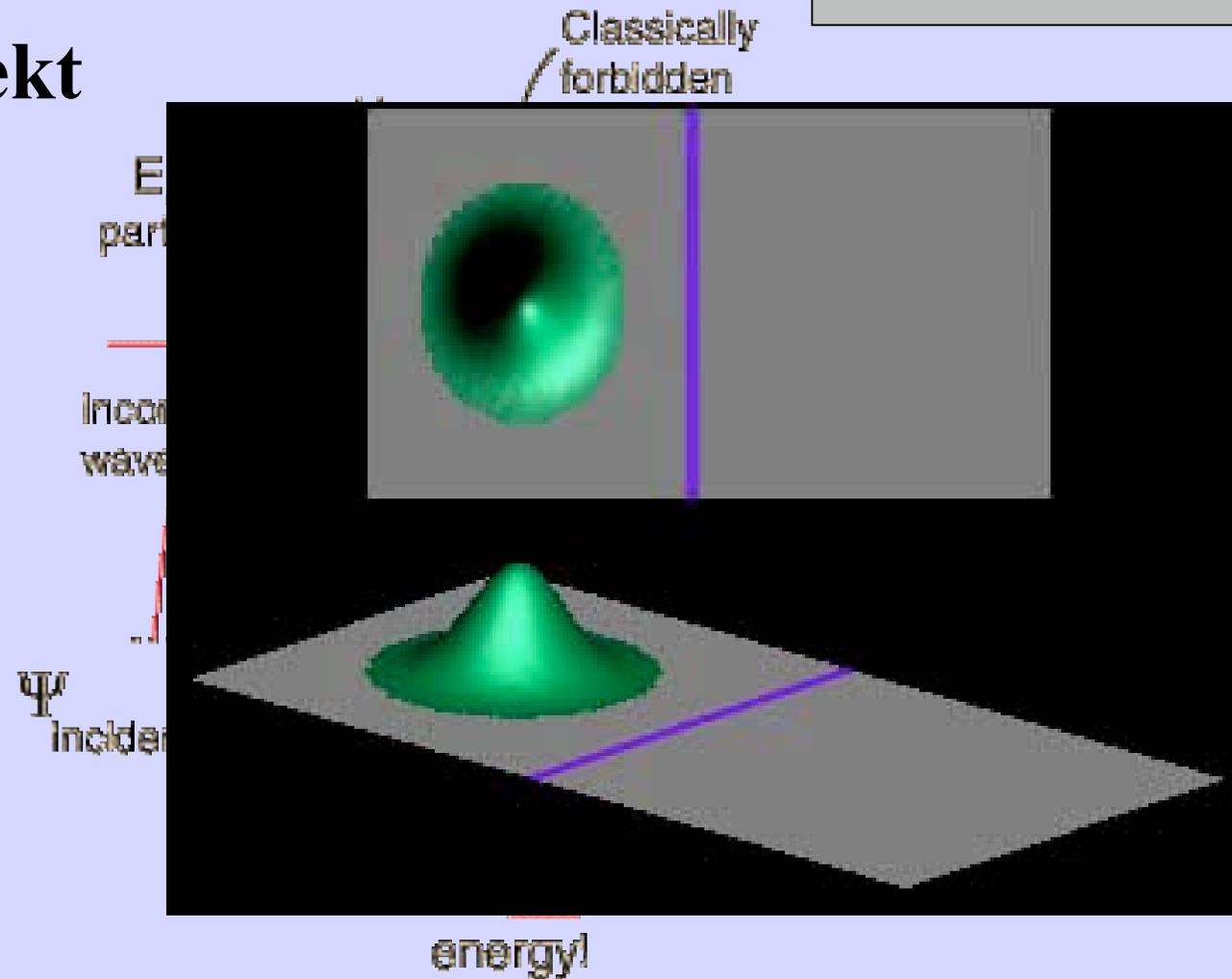
Die Welle-Teilchen-Dualität

Gedankenexperiment zur
Wahrscheinlichkeitsnatur
und Dekohärenz:
Schrödingers Katze



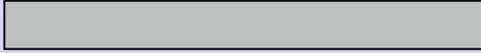
Die Welle-Teilchen-Dualität

Tunneleffekt





Unbestimmtheiten

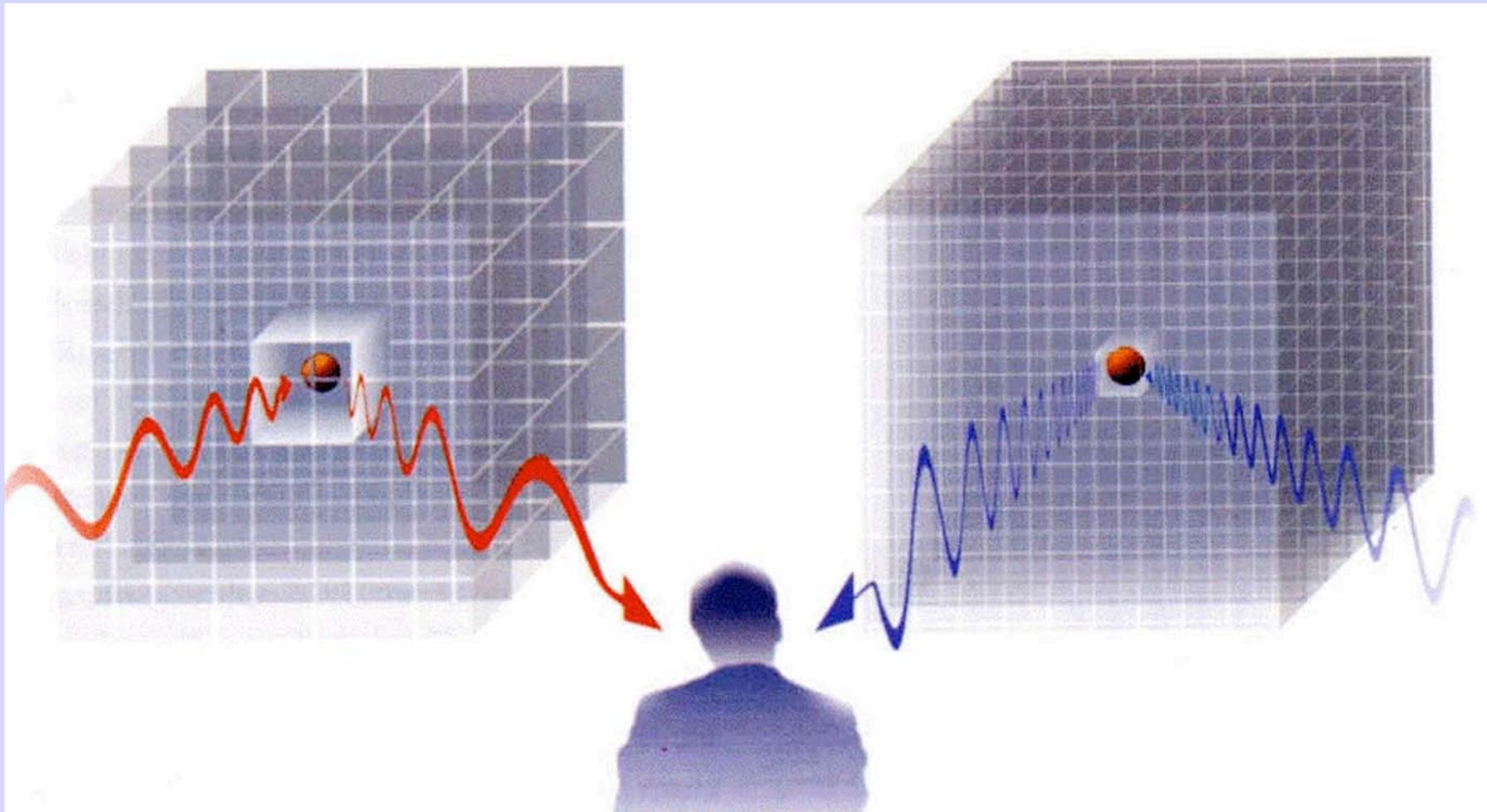


Die Heisenbergsche Unschärferelation

Wenn man Quantenteilchen misst, muss man Quantenteilchen „draufwerfen“, um sie zu messen. Je nach Art und Arbeit meiner Messteilchen werden die anderen davon beeinflusst.

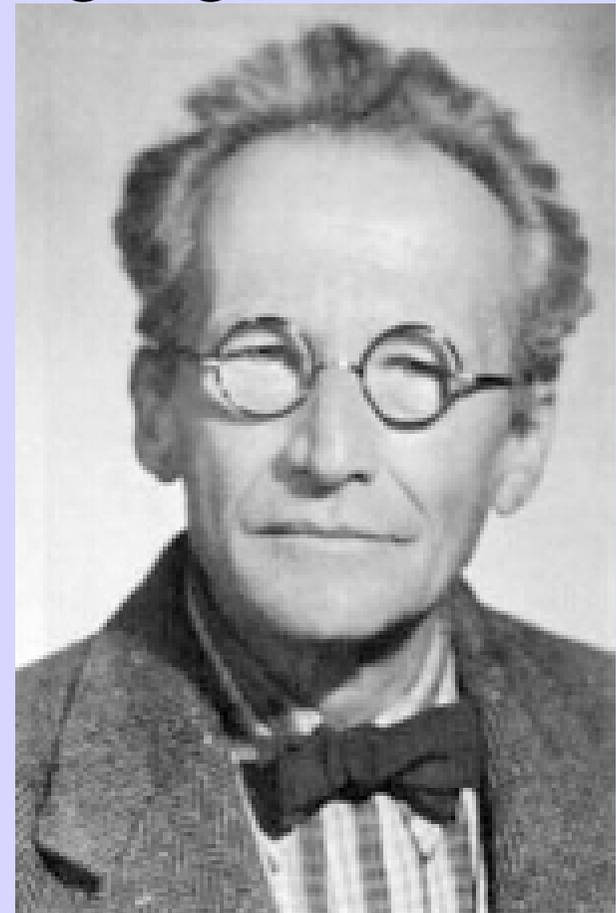
Es gibt keine eindeutigen *Zustände* in der QM.!

Unbestimmtheiten



Die Quantentheorie

Ernst Schrödinger fand die Bewegungsgleichungen für die Wahrscheinlichkeitswellen.



Die Quantentheorie

Schrödinger Gleichung – Herleitung:

Allgemeine harm. Wellenfunktion zur Beschreibung der Wellenbewegung:

$$\Psi_{E_{\text{harm}}}(\mathbf{x}, t) = A \sin\left(2\pi \frac{\mathbf{x}}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T}\right) + B \cos\left(2\pi \frac{\mathbf{x}}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T}\right)$$

Superpositionsprinzip:

$$\Psi(\mathbf{x}) = \Psi_1(\mathbf{x}) + \Psi_2(\mathbf{x})$$

Die Quantentheorie

De Broglie-Wellenlänge

für freie Teilchen:

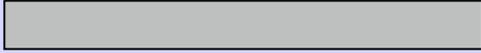
$$\lambda = \frac{h}{p_x} = \frac{h}{\sqrt{2mE_{\text{kin}}}}$$

Abkürzung:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$



Die Quantentheorie



Einsetzen in die
Wellengleichung:

$$\Psi_{E_{kin}}(x, t) = A \sin\left(\frac{\sqrt{2mE_{kin}}}{\hbar} \cdot x - \frac{2\pi t}{T}\right) + B \cos\left(\frac{\sqrt{2mE_{kin}}}{\hbar} \cdot x - \frac{2\pi t}{T}\right)$$

Wellengleichung für ein
freies Elektron!

Die Quantentheorie

Umformen mit Hilfe einer zweifachen
Differentiation ergibt:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \Psi_{E_{\text{kin}}}(x) = E_{\text{kin}} \cdot \Psi_{E_{\text{kin}}}(x)$$

Dies ist die **zeitunabhängige, eindimensionale Schrödinger-Gleichung** für ein freies Teilchen.

Die Quantentheorie

Hamilton-Jacobi Darstellung

Hamilton Funktion (mit Potential):

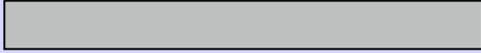
$$H = T + V = -\frac{\hbar^2}{8\pi^2m} \left(\frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2} + \frac{\delta^2}{\delta z^2} \right) + V(x, y, z)$$

Schrödingergleichung in H-J-Darstellung:

$$H\Psi = E\Psi$$



Die Quantentheorie



Operatoren

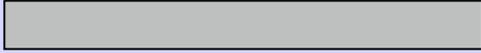
Operatoren leiten aus der Wellenfunktion
Eigenschaften ab.

Beispiel: Energieoperator

$$\hat{E}_{\text{kin}} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2}$$



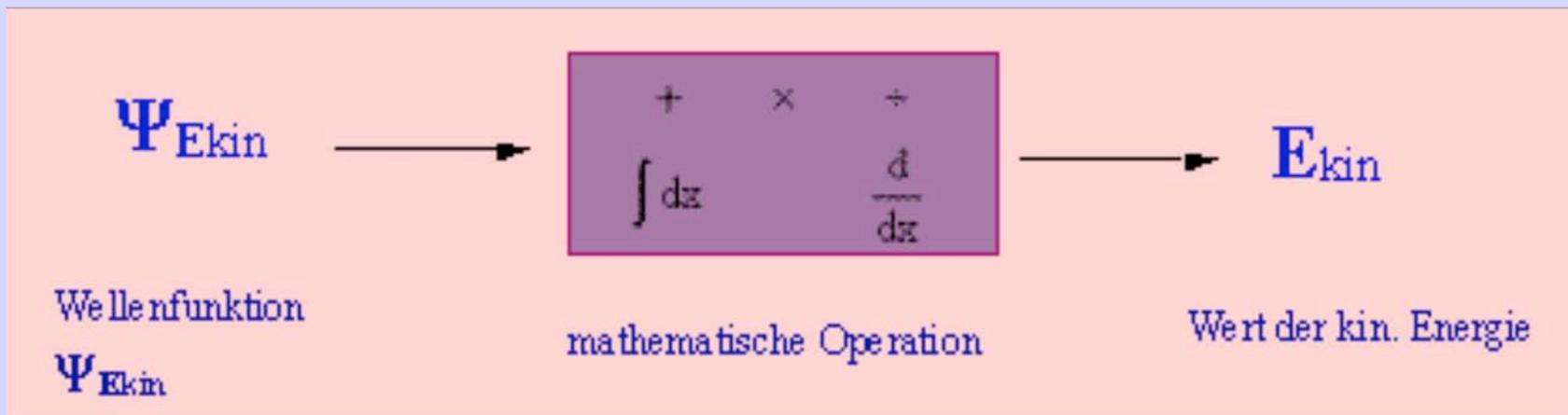
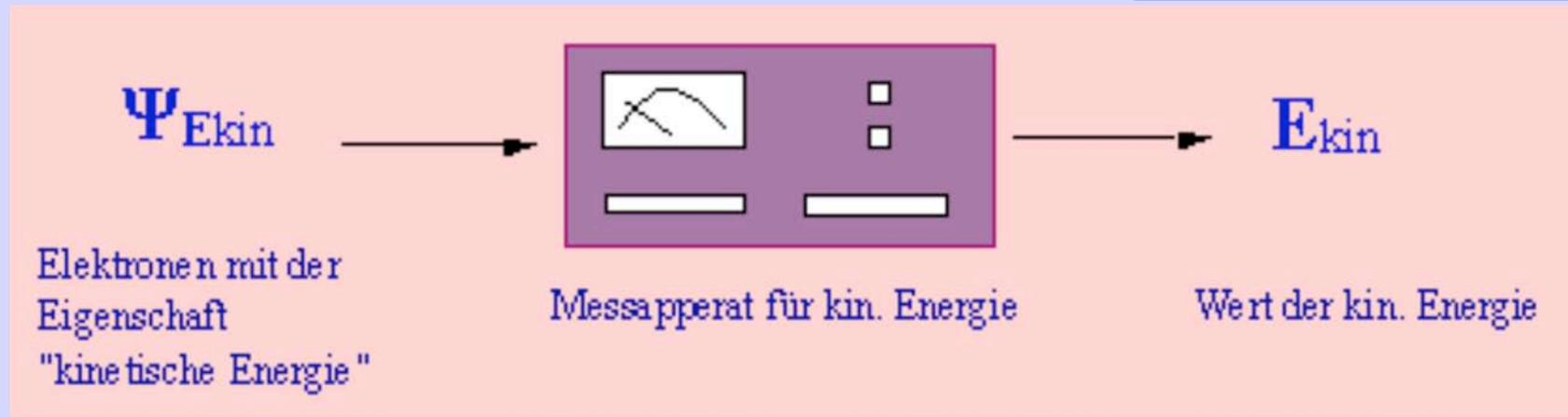
Die Quantentheorie



Ableitung der kin. Energie mit dem E-
Operator:

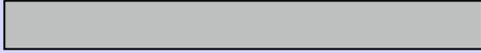
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \Psi_{E_{\text{kin}}}(\mathbf{x}) = E_{\text{kin}} \cdot \Psi_{E_{\text{kin}}}(\mathbf{x})$$

Die Quantentheorie





Die Quantentheorie



Eigenfunktion und Eigenwert

Die Eigenfunktion bestimmt, ob ein Teilchen eine Eigenschaft hat oder nicht. Hat es die Eigenschaft, so ist der entsprechende Wert wiederum der Eigenwert.

Beispiel: Energieoperator

Gibt es eine Lösung?

$$\hat{E}_{\text{kin}} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2}$$

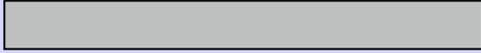
Die Quantentheorie

Die Eigenfunktion als „Maschine“:





Philosophische Probleme der QM



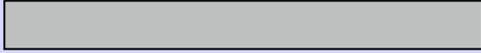
Das Determinismus-Problem der QM:

Die **Zustände** sind **unbestimmt**, damit ist es auch die genaue Zukunft der Teilchen (Heisenberg).

Die **Wellengleichung** ist allerdings wieder **deterministisch**: d.h. die Wahrscheinlichkeitswelle bewegt sich vorhersagbar (Schrödinger).



Geht's weiter?



- **Theoretisch:** EPR-Problematik in Form der Bell'schen Ungleichungen verhindert die problemfreie Fusion mit Relativitätstheorie (Problemfeld: QED)
- **Praktisch:** neue Technologien mit expliziter Nutzung der Quantenmechanik: Quantencomputer, Quantenkryptographie, Quantenteleporation, ...

Literatur

Einführungen (populär):

T. Hey & P. Walter

Das Quantenuniversum

J. Audretsch & K. Mainzer

Wieviele Leben hat

Schrödingers Katze

