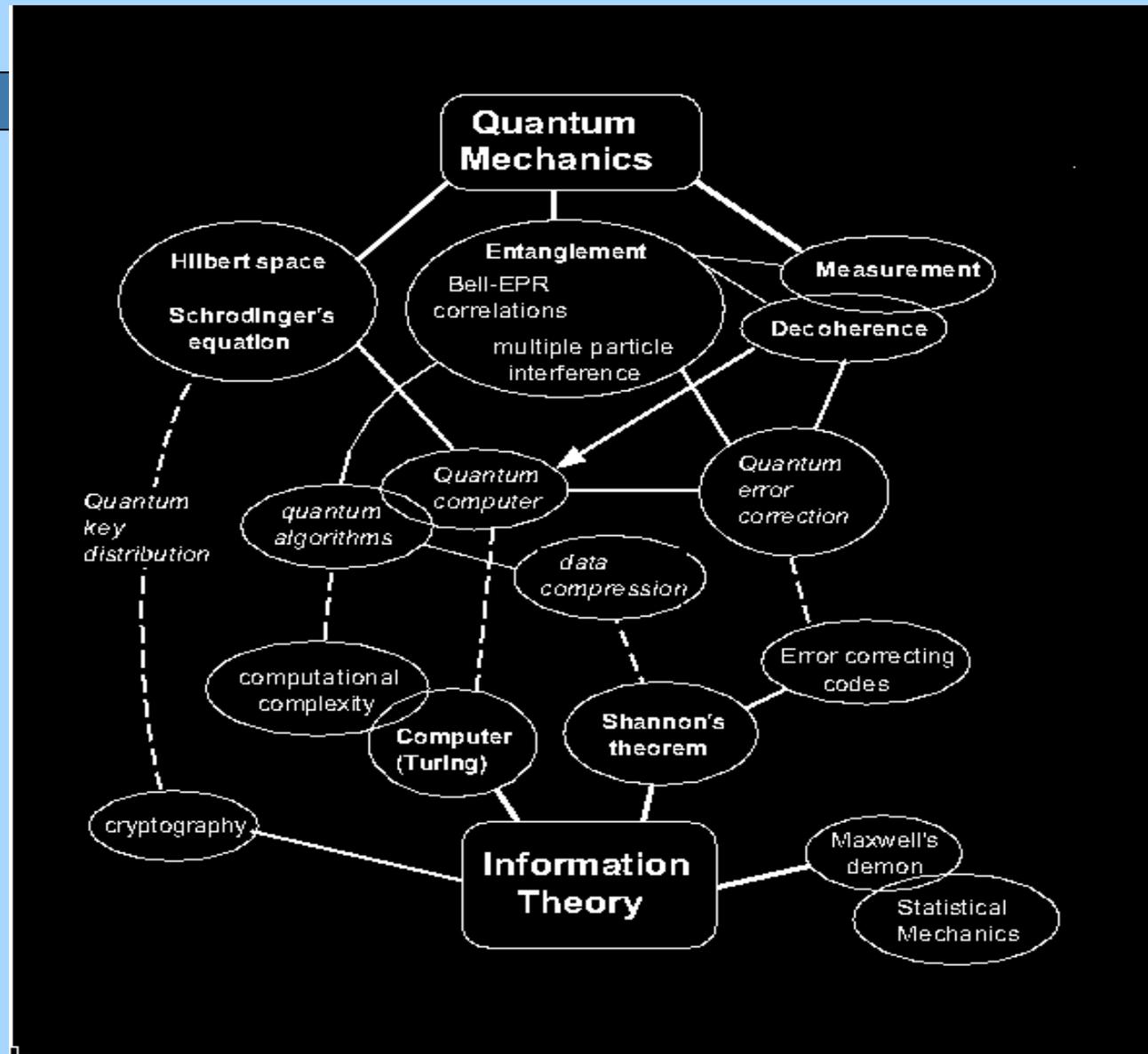


Quanteninformationstheorie



Quanteninformationstheorie

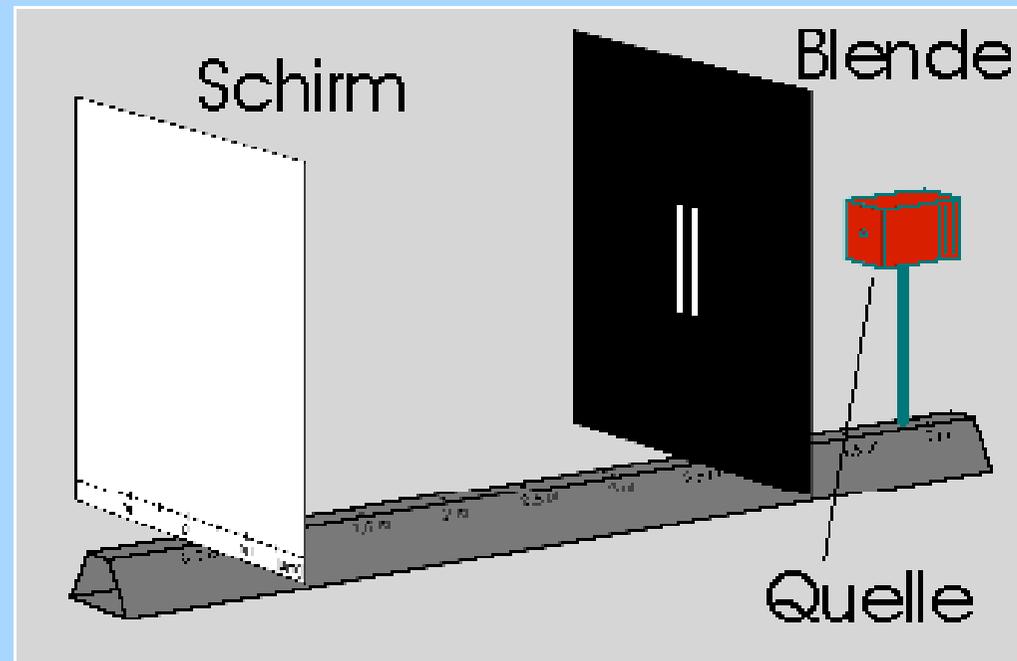
Die Quanteninformationstheorie nutzt **quantenphysikalische** Eigenschaften zur Manipulation von Information.

Die dabei grundlegend verwendeten Eigenschaften sind:

- **Superposition** und
- **Verschränkung**.

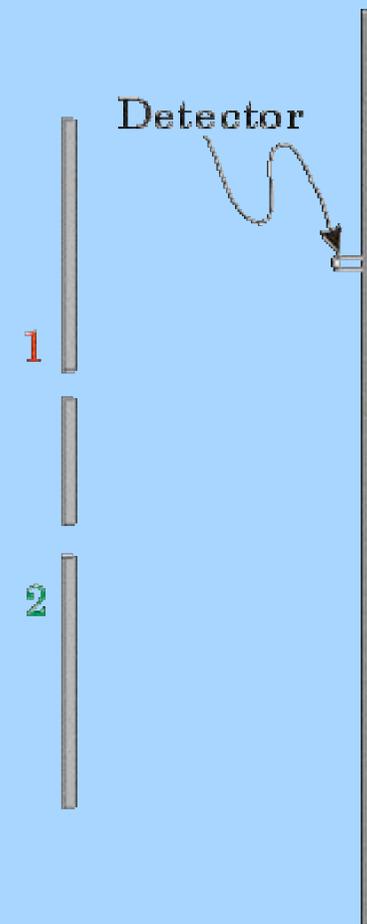
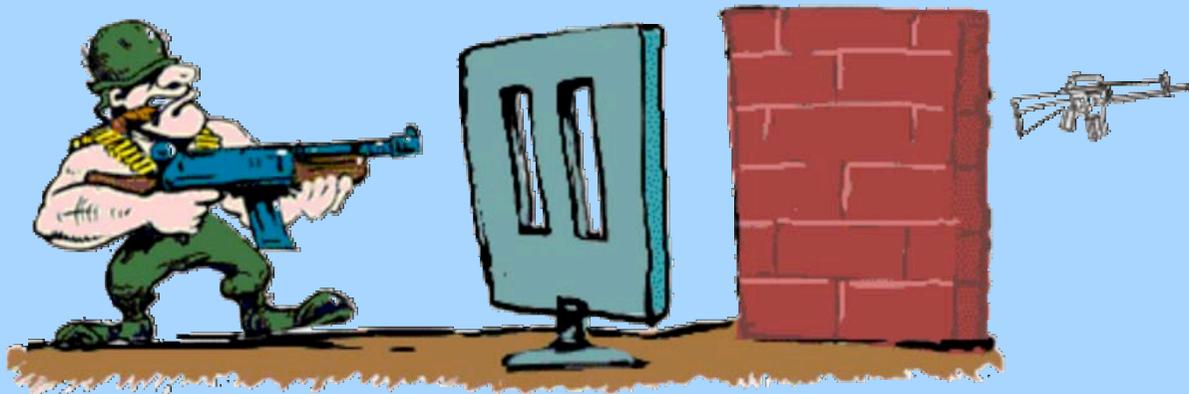
Die Welle-Teilchen-Dualität

Youngscher
Doppelspalt



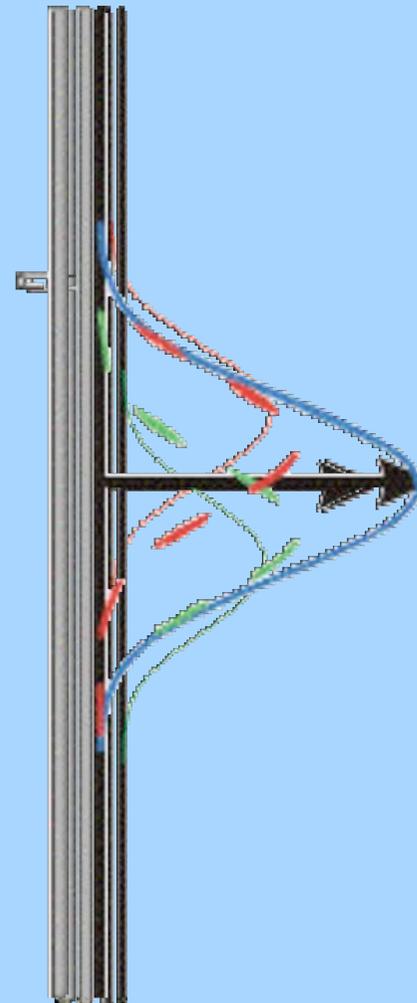
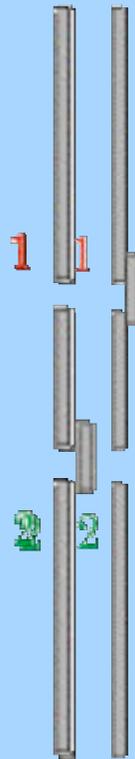
Die Welle-Teilchen-Dualität

Makro-Teilchen
(Kugeln)



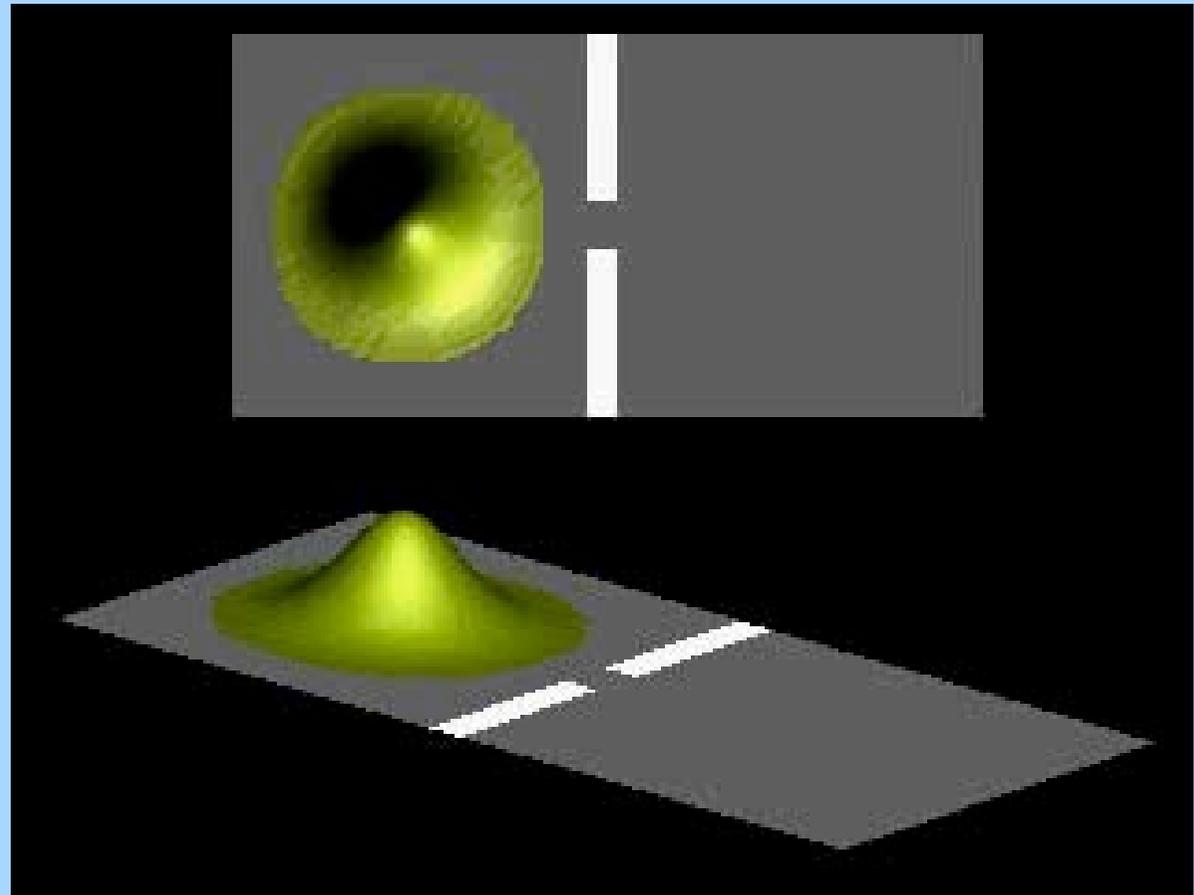
Die Welle-Teilchen-Dualität

Makro-
Teilchen
(Kugeln)



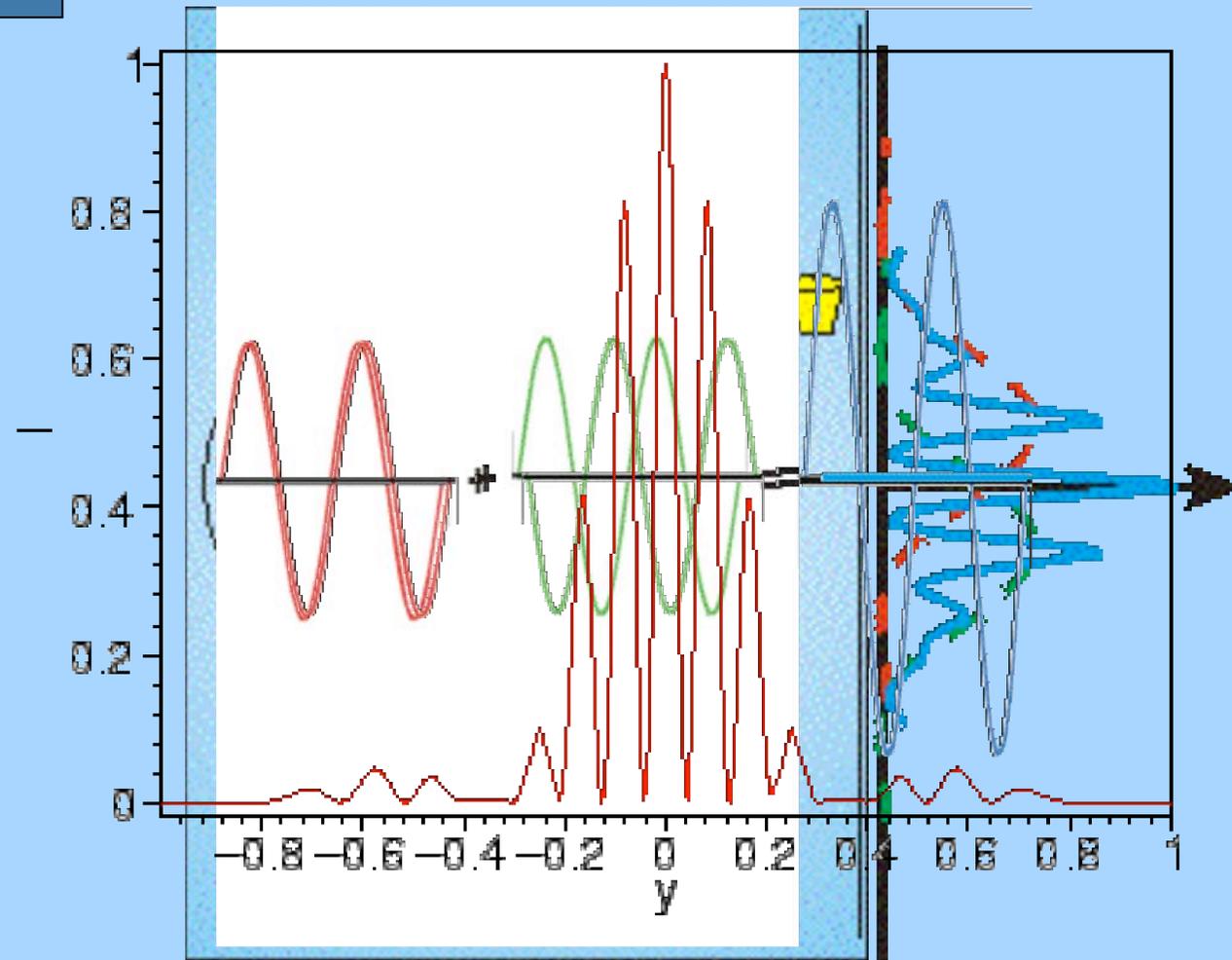
Die Welle-Teilchen-Dualität

Makro-Wellen



Die Welle-Teilchen-Dualität

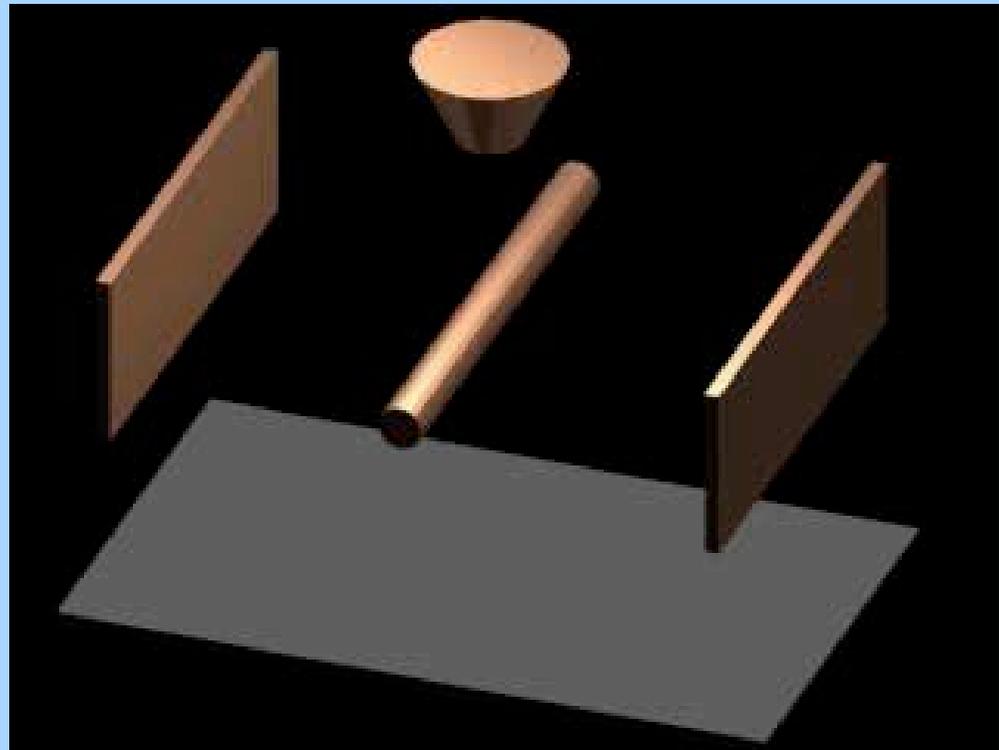
Interferenz!



Die Welle-Teilchen-Dualität

Welle-Teilchen-
Dualität:

Elementarteilchen
am Doppelspalt



Die Welle-Teilchen-Dualität

- Quantenobjekte haben **Wellen- und Teilcheneigenschaften**.
- Ihr Zustand ist eine **Wahrscheinlichkeitswelle**.
- Sie werden durch eine Wellenfunktion beschrieben, die sogenannte **Schrödingerfunktion**.

Die Welle-Teilchen-Dualität

- Quantenmechanische Eigenschaften sind Teile der **Zustands-Wahrscheinlichkeitswelle**.
- **Eigenschaften** werden damit auch durch Wahrscheinlichkeitswellen dargestellt.

Superposition

Für Wellen gilt das

Superpositionsprinzip:

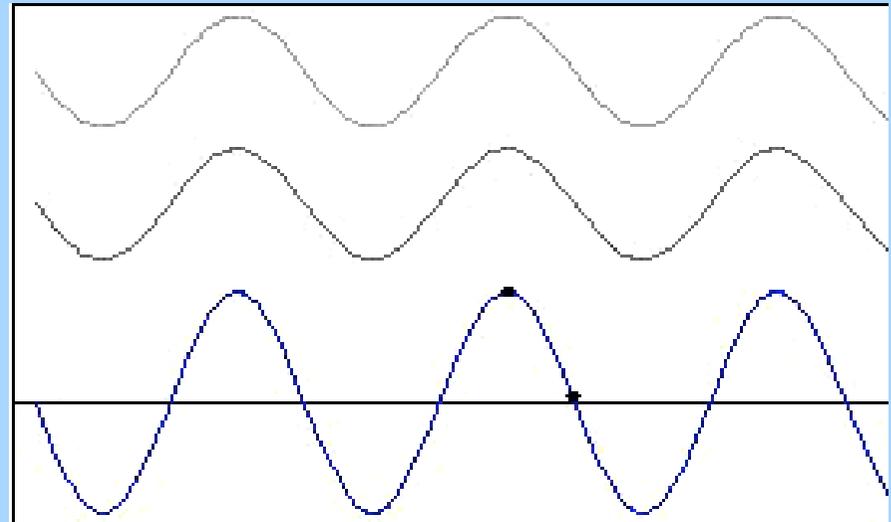
Komplexe Wellen

können als

Überlagerungen von

Grundwellen

aufgefasst werden.





Superposition



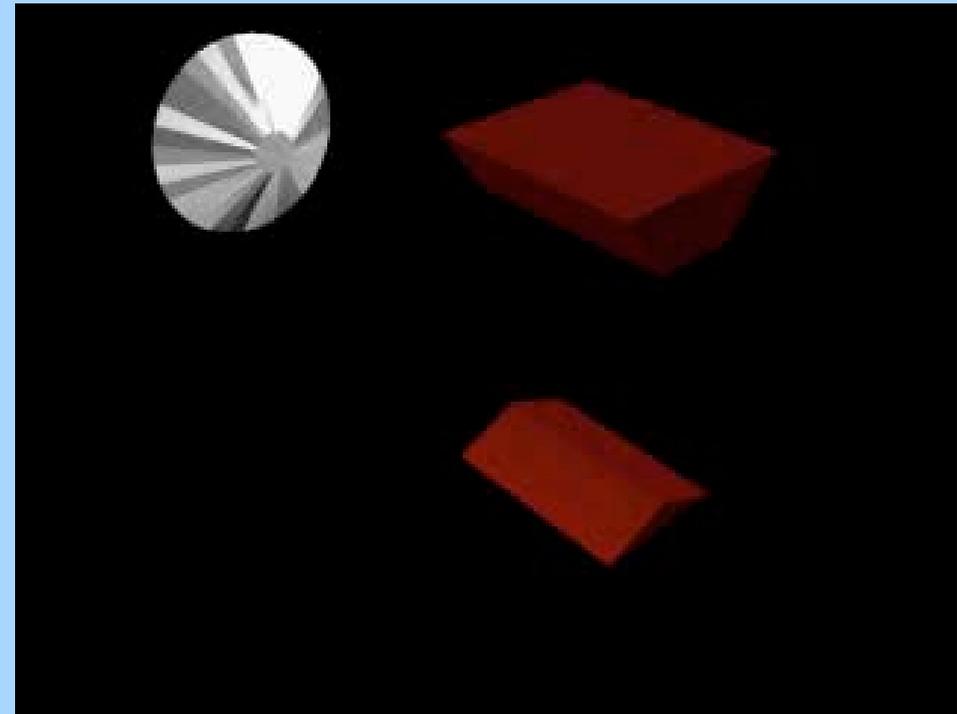
QM-Eigenschaften sind Teil der
Wahrscheinlichkeitswellen: sie sind in der QM
nicht eindeutig, sondern **superponiert** aus
allen möglichen Werten!

Erst eine **Messung** hebt die Superposition auf und
bringt das System in eine Eigenschaft.

Superposition

Beispiel: Eigendrehimpuls
(**Spin**): bei Spin-1/2-
Teilchen entweder (+)
oder (-).

Spin-Bestimmung im
Stern-Gerlach
Magnet.



Superposition

Klassisches

Gedankenexperiment:

Schrödingers Katze

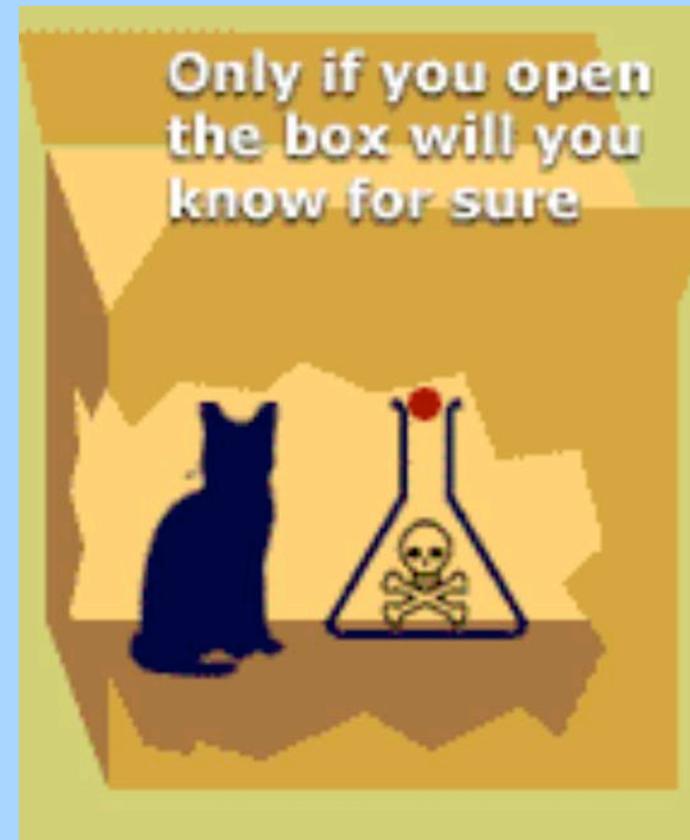
Die Katze ist

gleichzeitig tot und
lebendig!



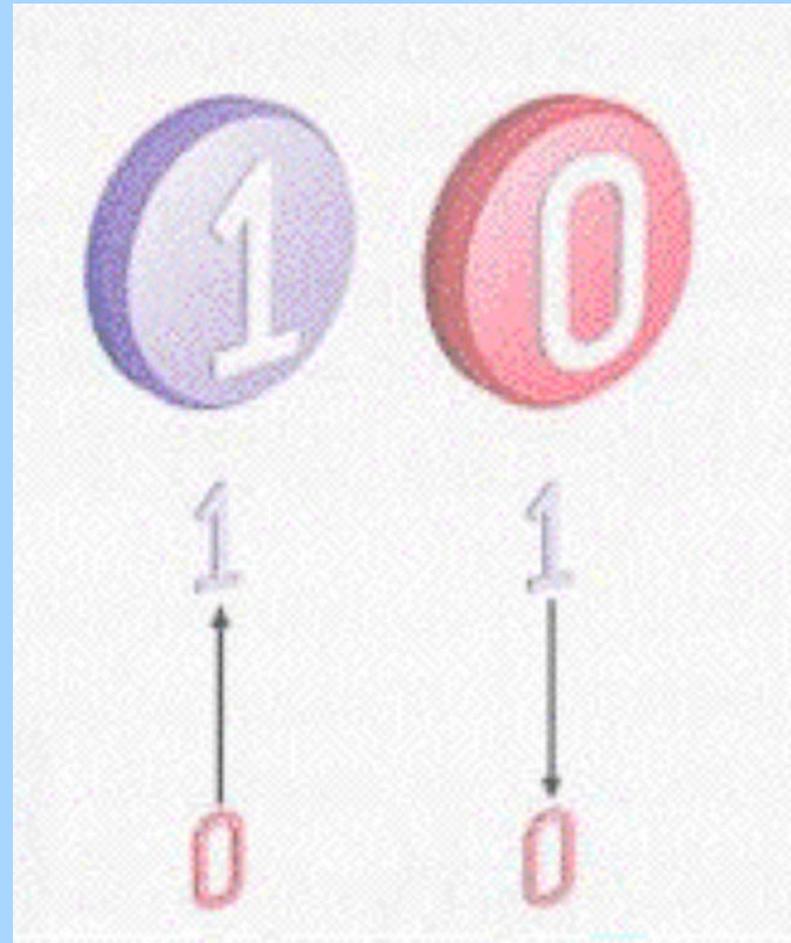
Superposition

Erst eine Messung
schafft
Dekohärenz und
einen eindeutigen
Zustand.



Das Qubit

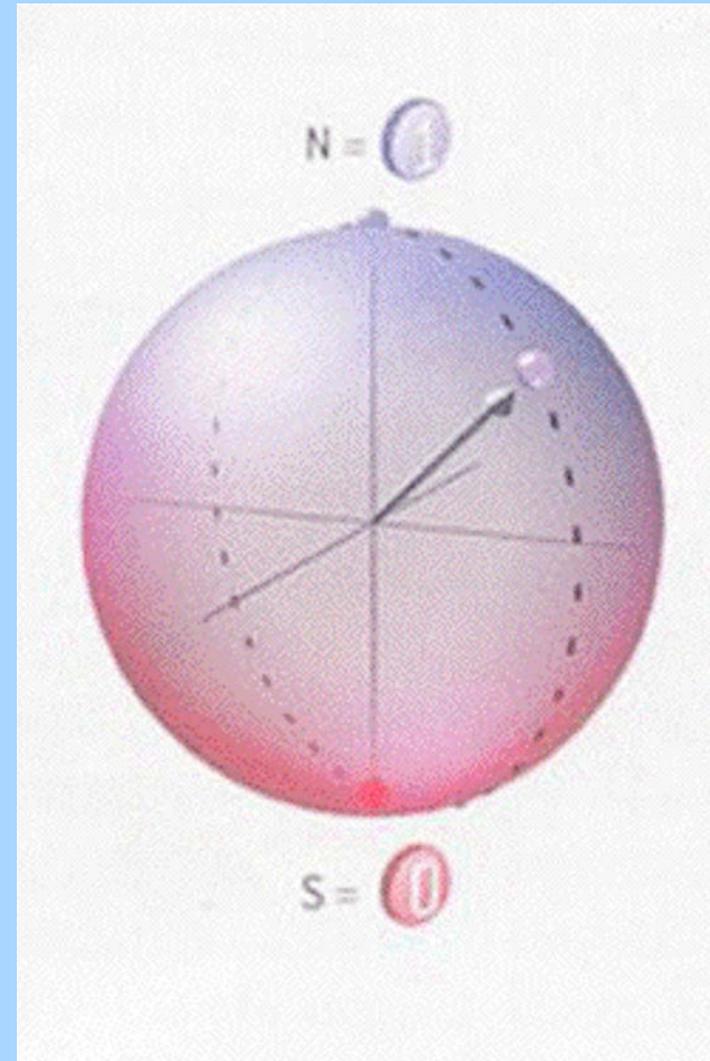
Ein klassisches **Bit**
besteht aus zwei
möglichen
Eigenschaften:
1 oder 0.



Das Qubit

Ein **Quantenbit** aber ist **superponiert**: es ist die Eigenschaften 1 und 0 **gleichzeitig**.

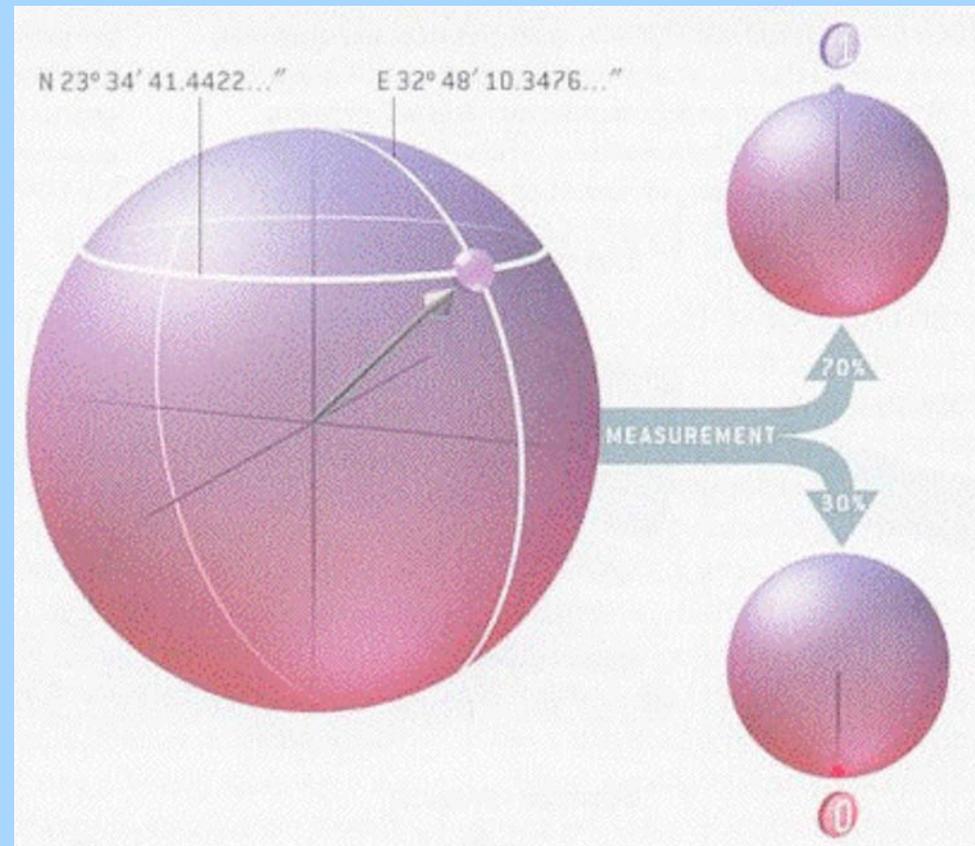
Dies gilt **auch bei mehreren** Qubits.



Das Qubit

Die **Messung** legt
das Qubit fest.

Die **Art der
Messung** (Wahl
der Basis)
bestimmt das
Ergebnis mit.



Das Qubit

Entscheidender Vorteil: **Kapazität**

Beispiel: drei physikalische Bits.

Klassisch: jeder Bit muss **entweder 1 oder 0** sein. Die Dreierkombination ist daher in einem von acht definitiven Zuständen.

QI: jedes Qubit ist **sowohl 1 als auch 0**. Die Dreierkombination ist daher **gleichzeitig in acht Zuständen**.



Das Qubit



L Qubits können also 2^L Nummern auf einmal speichern.

Operationen können damit auf allen 2^L Zuständen gleichzeitig ausgeführt werden (**Quanten-Parallelismus**).

Klassische Computer müssten dazu die gleiche Operation 2^L mal durchführen.

Verschränkung

Einige Paar-Superpositionen bestimmter Eigenschaften sind sog. **Bell-Zustände**, sie sind **verschränkt**.

Verschränkte Eigenschaften der durch Superposition *verschmolzenen* Wellenfunktionen haben an ihren Teilchen immer genau den gleichen oder genau den entgegengesetzten Wert.

Verschränkung

*Beispiel: Spin-Erhaltung
(= Eigendrehimpuls)*

Für verschränkte Teilchen gilt **Spin-Erhaltung**: die Summe ihrer Spins muss 0 sein.

Im ungemessenen Zustand sind beide superponiert **gleichzeitig** in beiden Zuständen Spin $+1/2$ und Spin $-1/2$.

Verschränkung

Falls hier
"Spin oben"...

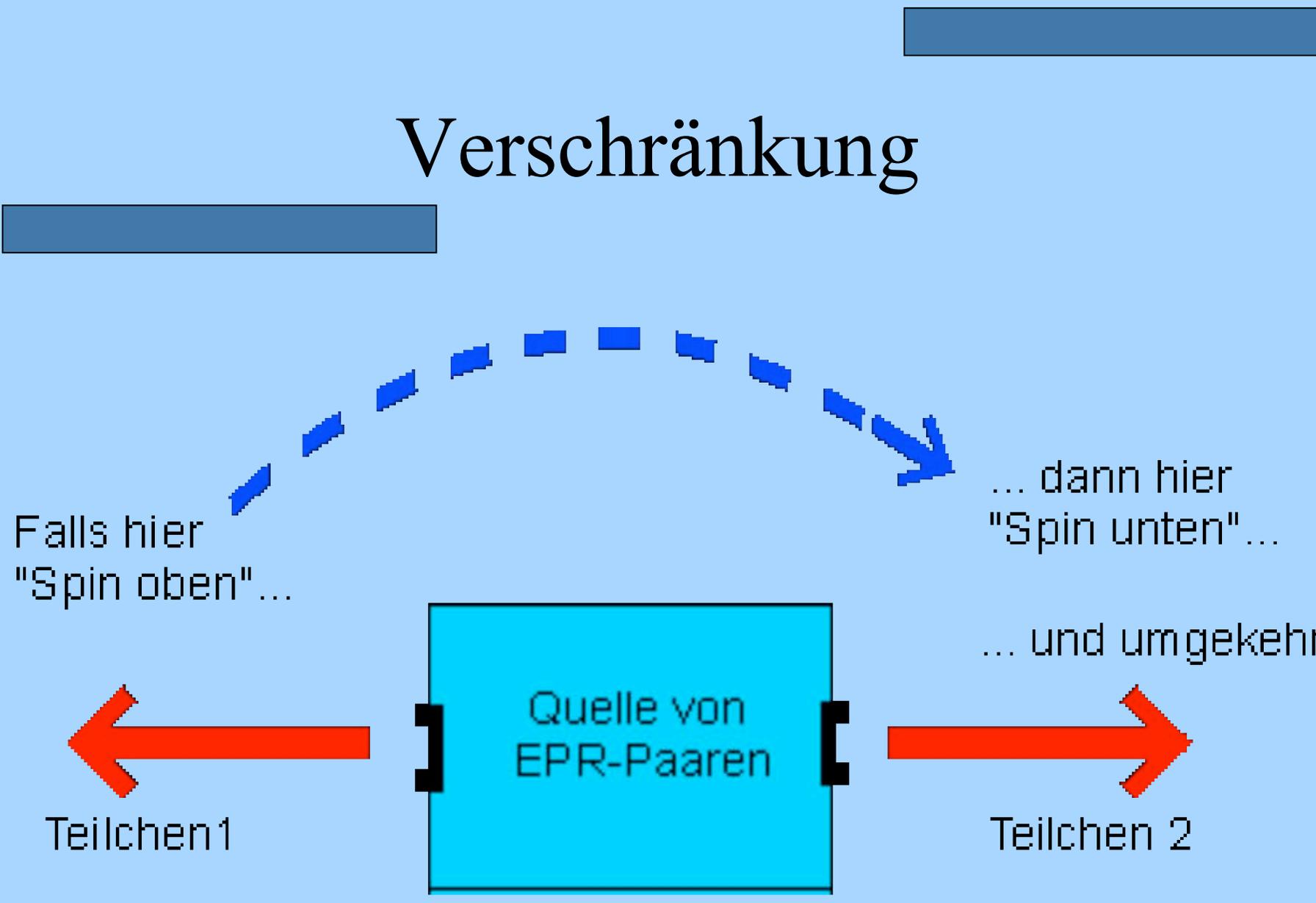
... dann hier
"Spin unten"...

... und umgekehrt

Teilchen 1

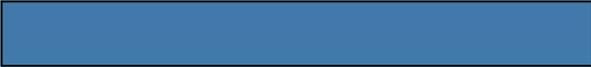
Teilchen 2

Quelle von
EPR-Paaren

The diagram illustrates the concept of quantum entanglement. At the center is a cyan rectangular box labeled "Quelle von EPR-Paaren" (Source of EPR pairs). Two thick red arrows point horizontally away from the box: one to the left towards the text "Teilchen 1" and one to the right towards "Teilchen 2". A blue dashed arrow curves from the left side of the box to the right side, indicating a correlation between the two particles. Text labels describe the spin states: "Falls hier 'Spin oben'..." on the left, "... dann hier 'Spin unten'..." on the right, and "... und umgekehrt" below the right side. There are also three dark blue rectangular bars: one at the top right, one at the top left, and one at the bottom left.



Verschränkung

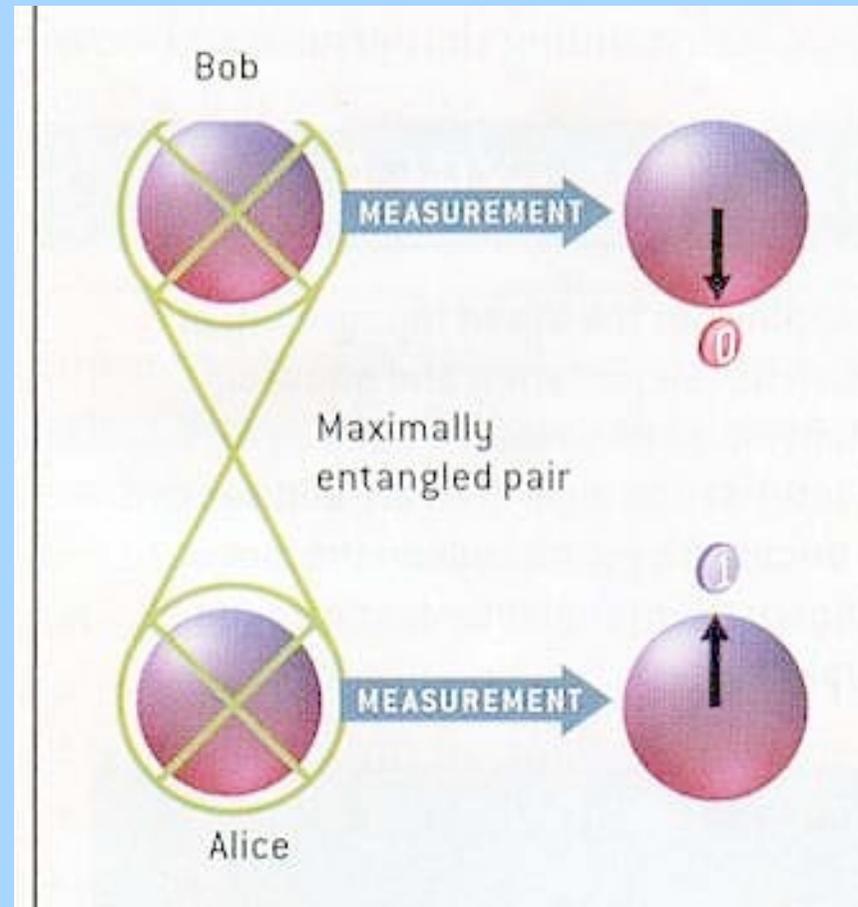


Problem: **Vor** einer Messung ist völlig unbestimmt, welches Teilchen welchen Spin hat!

Erst die Messung auf einer bestimmten Achse bestimmt den einen Spinwert, damit aber auch per Gesetz den anderen!

Verschränkung

Schickt man also die Teilchen in zwei Richtungen und bringt das eine in einen Zustand, *ändert das andere instantan seinen Zustand in den entgegengesetzten.*



Verschränkung

Die Entfernung ist dabei egal: Verstoß gegen **Lokalität** und damit die Relativitätstheorie (Einstein: spooky action at a distance)

Quelle: **EPR-Argument** gegen die QM.

Experimentelle Bestätigung 1982 durch **Aspect**.



Verschränkung



**Möglichkeit: Versteckte Variablen –
Korrelation der Ereignisse in deren
gemeinsamer Vergangenheit?**

Beispiel: Gänse und ein Barometer

Verschränkung

Perfekte Korrelation:

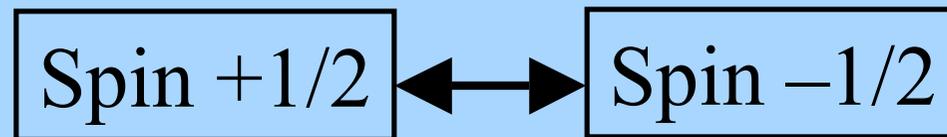
Gänse schnattern!



Barometer fällt!

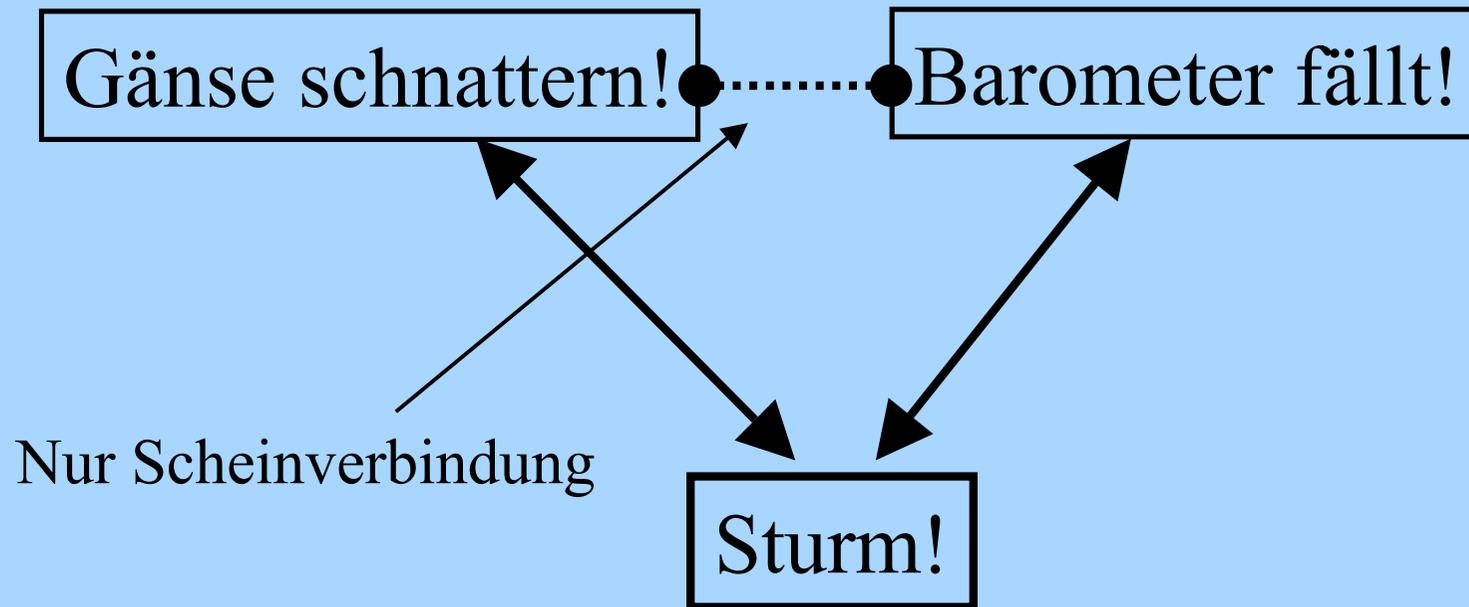
Verschränkung

Perfekte Korrelation:



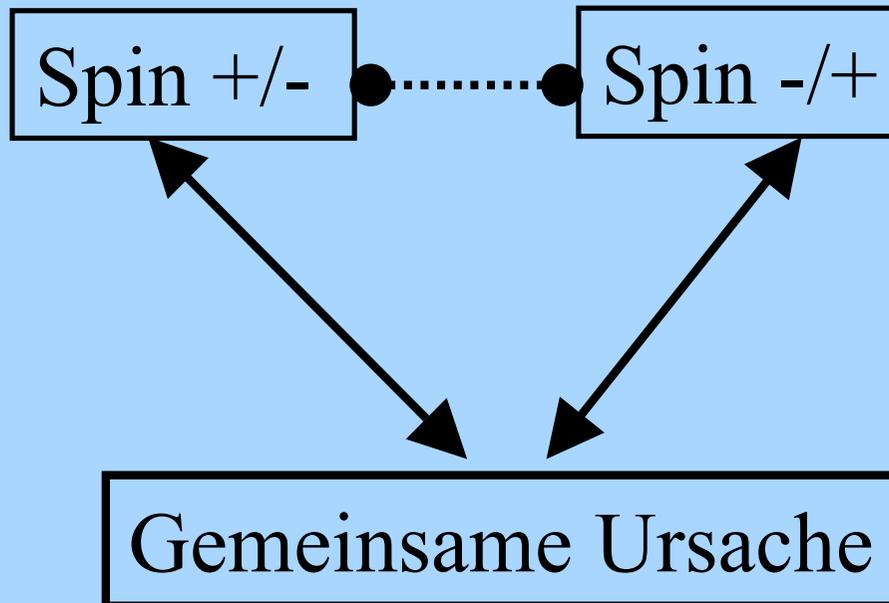
Verschränkung

Perfekte Korrelation:



Verschränkung

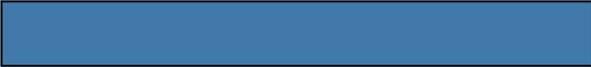
Perfekte Korrelation:



Dieses Verhältnis kann
in Wahrscheinlich-
keitsbegriffen
ausgedrückt werden.



Verschränkung

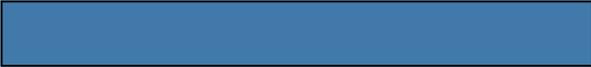


Dieses Verhältnis ist philosophisch
das **Reichenbach Common
Cause Principle (RCCP)**.

In der Physik ist es durch die
Bellschen Ungleichungen und das
Kochen-Specker Theorem
ausgedrückt.



Verschränkung



Wenn es derart versteckte kausale Beziehung zwischen den Eigenschaft gibt, *dann* gelten die **Bellschen Ungleichungen** und das **Kochen-Specker Theorem**.

Die Quantenmechanik verletzt aber beides in Theorie und Praxis!

Teleportation

Bob und Alice teilen **zwei verschränkte Spin1/2- Teilchen** „2“ und „3“, respektiv:

$$|f\rangle_{23} = (|1\rangle_2|0\rangle_3 - |0\rangle_2|1\rangle_3)/2^{1/2}$$

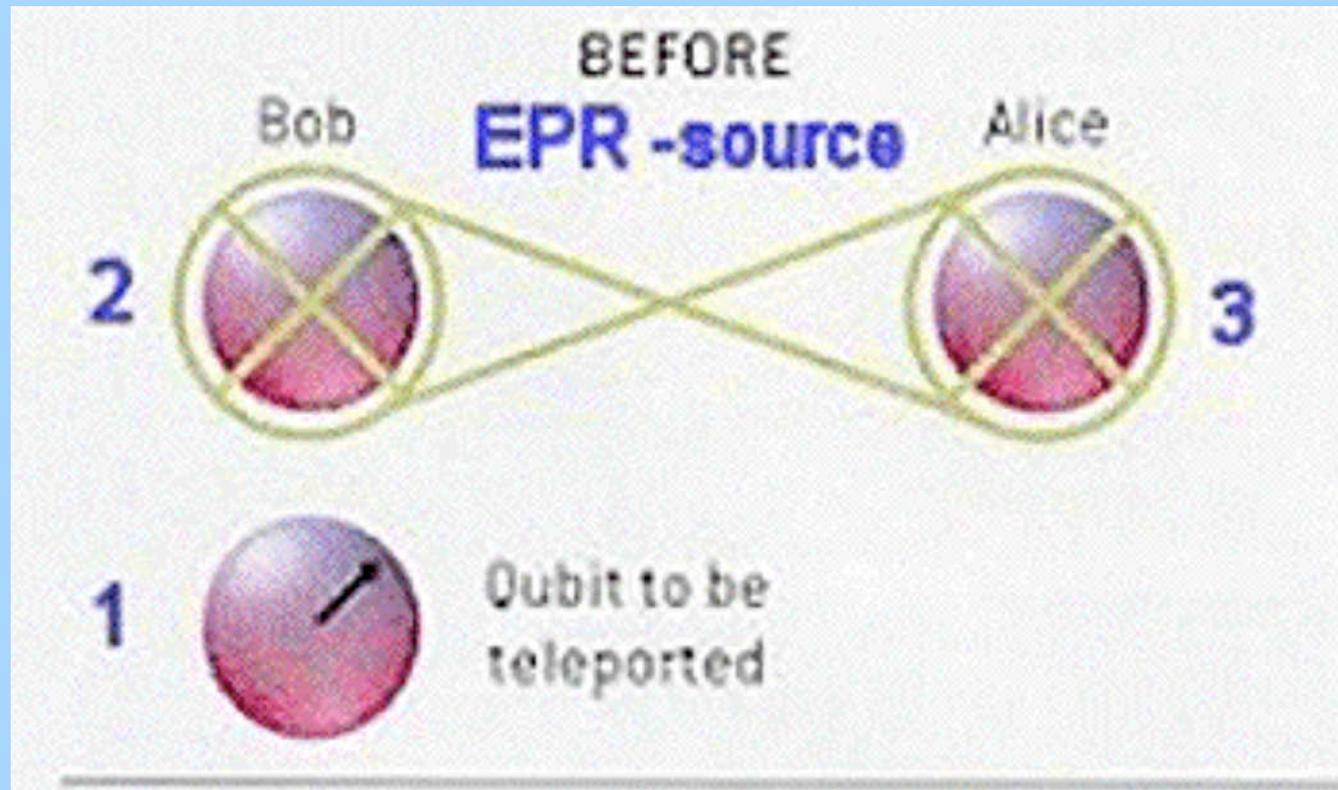
Teleportation

Bob hat außerdem ein Teilchen „1“:

$$|f\rangle_1 = a |1\rangle_1 + b |0\rangle_1$$

Dieses Teilchen will Bob „teleportieren“.

Teleportation



Teleportation

Bob: **Bell-State-Measurement (BSM)**:

$$|f\rangle_{12} = (|1\rangle_1|0\rangle_2 - |0\rangle_1|1\rangle_2)/2^{1/2}$$

-> Verschränkung von 1 und 2 mit
antisymmetrischen Spin-Eigenschaften.

Teleportation

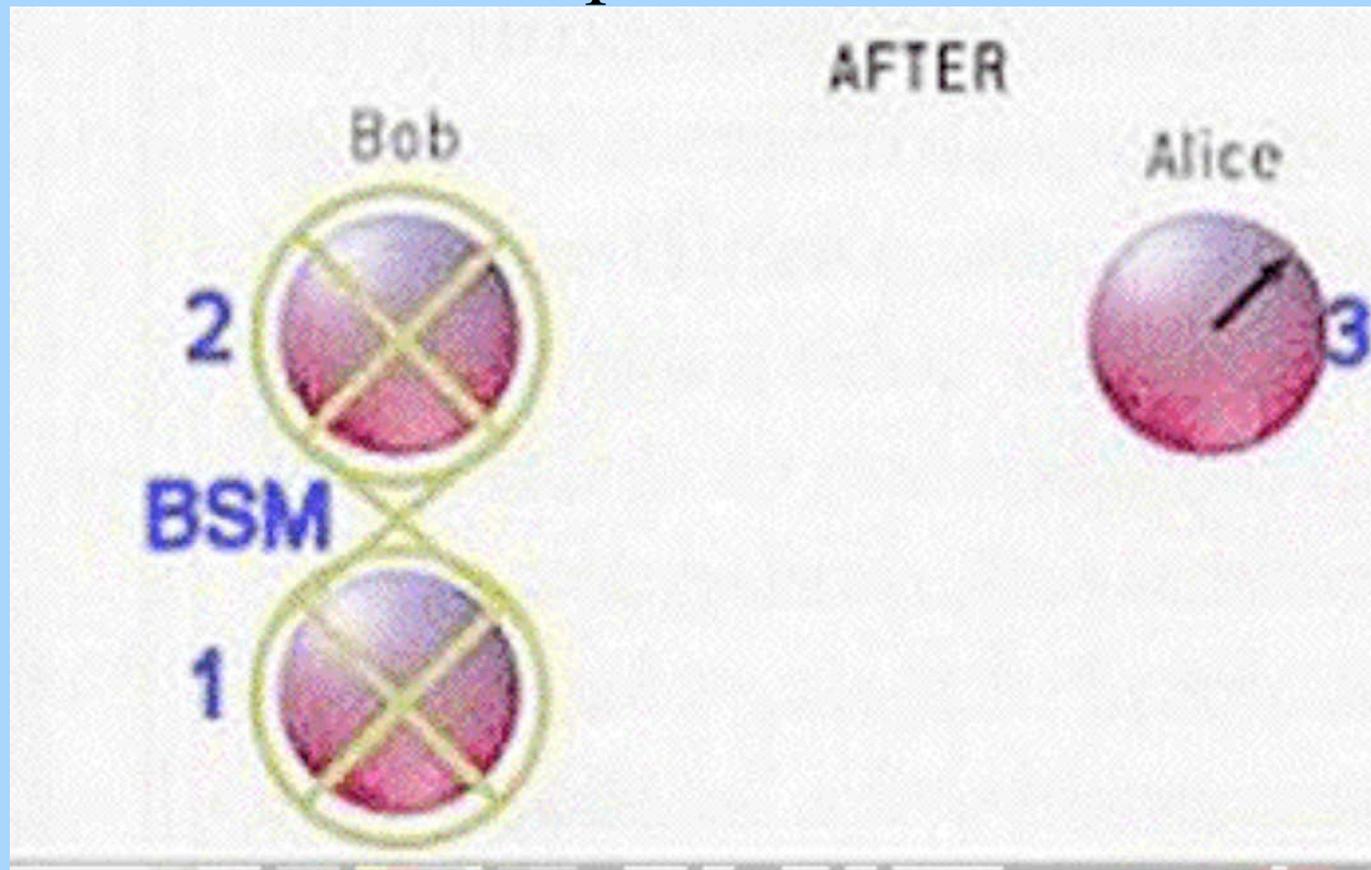
Teilchen 2: Vorher antisymmetrisch mit
Teilchen 3 bei Alice verbunden!

-> 3 hat sich bei der **erneut**
antisymmetrischen Drehung von 2 in der
Verbindung mit 1 synchron **mitgedreht**:

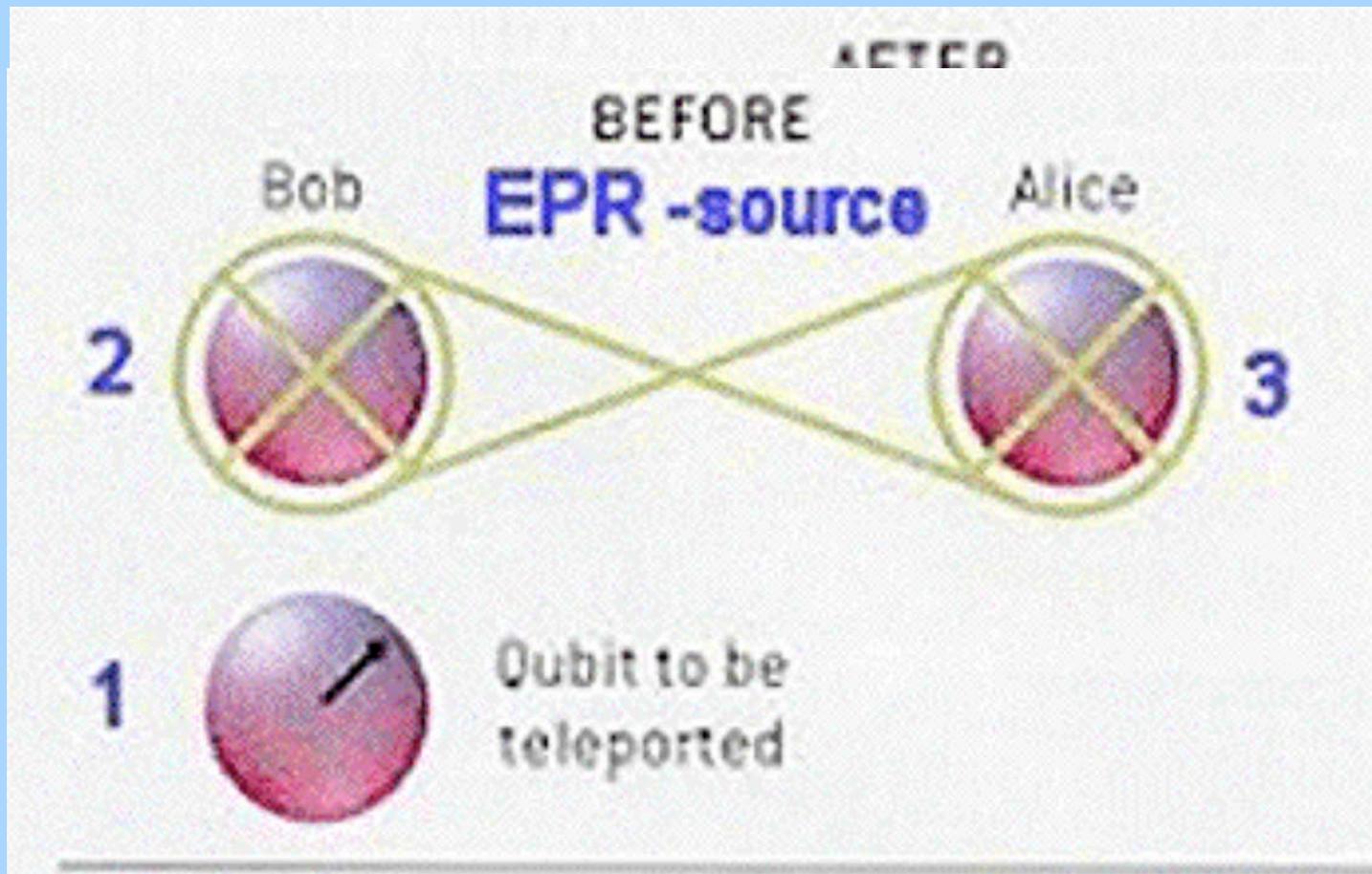
$$|f\rangle_3 = a |1\rangle_3 + b |0\rangle_3.$$

Teleportation

Teilchen 1 wurde „teleportiert“.



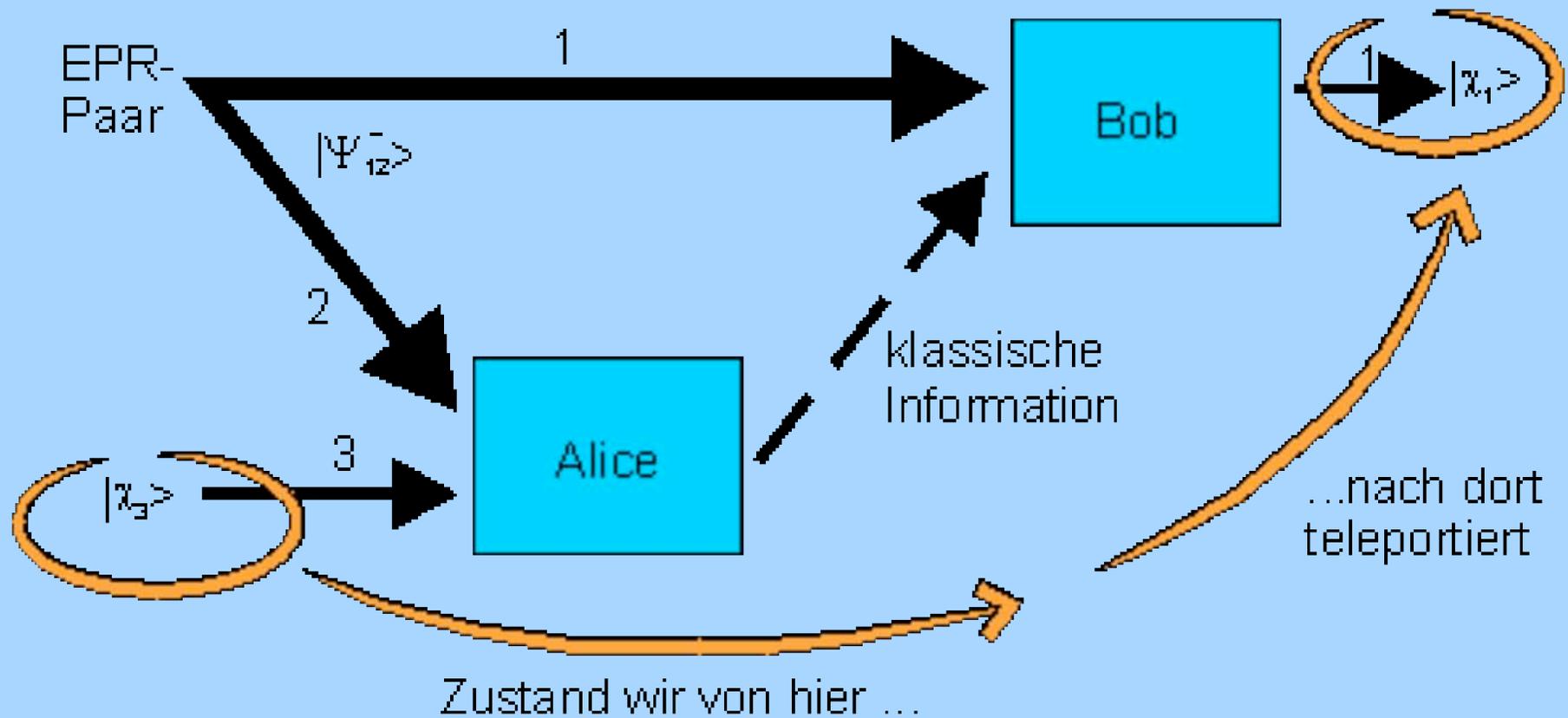
Teleportation



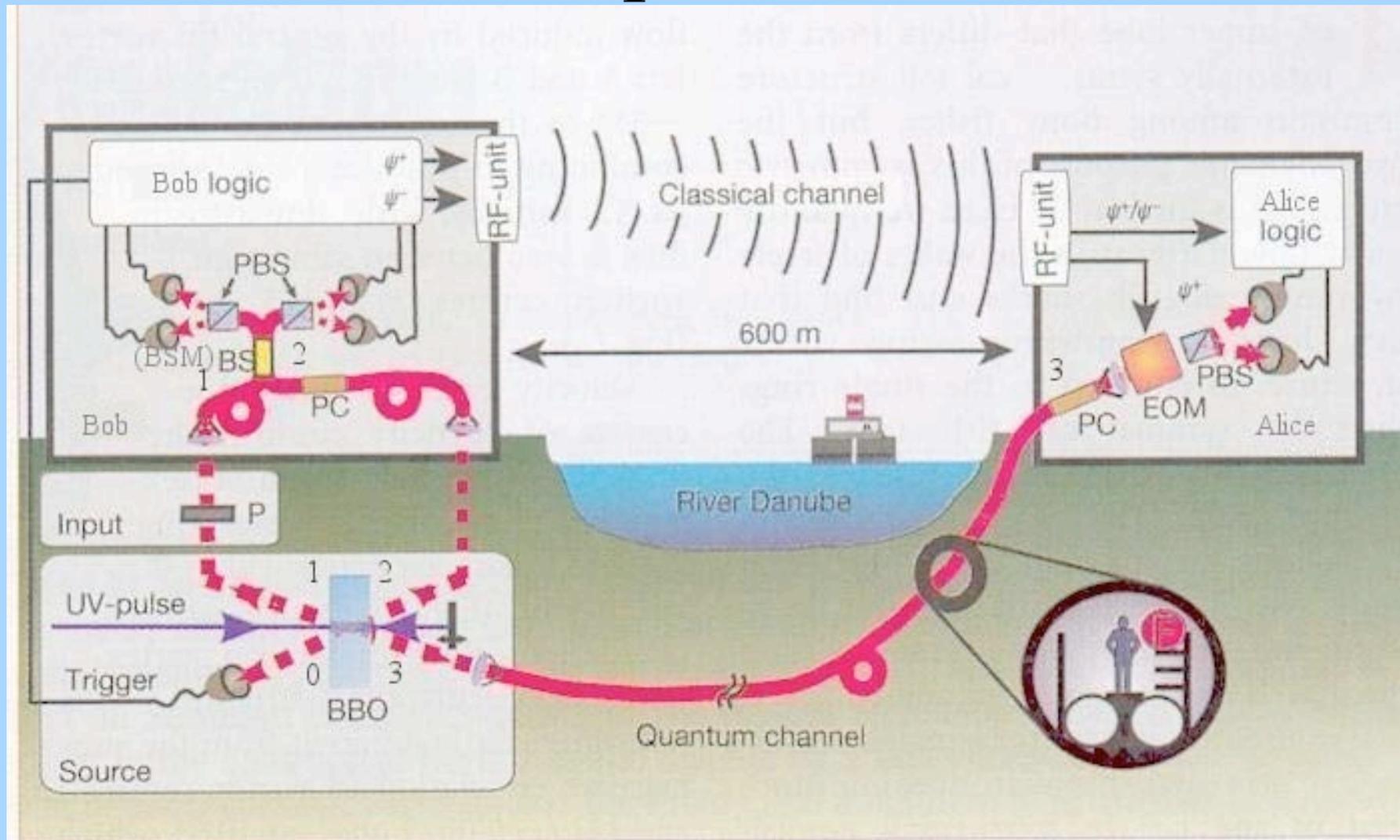
Teleportation

Da der neue Zustand $|f\rangle_{12}$ bei Bob allerdings nur eine von vier möglichen Formen ist, muß Bob noch über einen **klassischen Kanal** mitteilen, welche Form er erhalten hat, damit Alice die gleiche Basis annimmt.

Teleportation



Teleportation



Superdichtes Kodieren

Andere Möglichkeit: Bob und Alice haben beide ein **verschränktes Spin1/2-Teilchen**.

Wenn Alice eine Nachricht schicken will, kann sie eine von vier **Operationen** auf dem Teilchen ausführen, indem sie es misst: 0, x, y oder z.

Dann schickt Sie das Teilchen als **ein Bit** zu Bob.

Superdichtes Kodieren

Bob nimmt *beide* Teilchen und macht gleichzeitig an beiden eine **M-Gatter-Messung** (alle vier Zustände nacheinander).

Damit kann er bestimmen, auf welcher Basis Alice vorher gemessen hat.

Bob kann also eine von vier Nachrichten von Alice empfangen: 0, x, y oder z.



Quantenkryptographie



- Neue Möglichkeiten des **Faktorisierens** mit Qubits.
- Möglichkeit der **eindeutigen Detektion von Störungen** gesendeter Nachrichten durch Spione mittels Mitsendung von verschränkten Teilchen.

Geschichte des

Quantencomputing

- 1982 – R. **Feynman** simuliert Quantenobjekte mit Quantensystemen
- 1985 – D. **Deutsch** beschreibt den ersten Quantencomputer
- 1994 ! – Peter **Shor** findet den ersten Quanten-Algorithmus, den **Shor-Algorithmus**: „Killer-Application“ für Faktorisierung und damit: Codebreaking

Schwierigkeiten für

Quantencomputer

Normale Computer: jedes Bit wird mit einer **makroskopischen** Anzahl von Elektronen gespeichert –

eine Störung muss groß sein und ist daher **unwahrscheinlich.**

Schwierigkeiten für

Quantencomputer

Quantencomputer: jedes Qubit wird durch ein
Teilchen gespeichert –

Störquellen:

- **Dekohärenz im Zustandsraum** der Qubits
durch jede Wechselwirkung
- **Spontane Emissionen**

Insgesamt schwer einzusperren!

Quanten-Fehlerkorrektur

Beispiel ist **Einbau von Redundanz**.

Dabei wird ein Bit immer durch drei Zustände dargestellt:

$|0\rangle$ durch $|0\rangle |0\rangle |0\rangle$ oder

$|1\rangle$ durch $|1\rangle |1\rangle |1\rangle$

Quanten-Fehlerkorrektur

Im **Korrekturverfahren** werden Glieder verglichen: das 1te mit dem 2ten und das 2te mit dem 3ten Glied.

Tritt ein **Bitflip** auf wie in

$$|1\rangle |1\rangle |0\rangle$$

weiß man durch Vergleich, daß es

$$|1\rangle |1\rangle |1\rangle \text{ sein muß.}$$



Quanten-Fehlerkorrektur



Problem: Qubits selbst dürfen nicht gemessen werden, sonst: **Interaktion** und **Informationsverlust**

Man muss sie daher an **Hilfsqubits** vorbeischieben, die ihren Zustand ändern, wenn sich ein Originalqubit verändert hat und ansonsten nicht stören.



Quanten-Fehlerkorrektur



Momentaner Wert der **Fehlertoleranz** für funktionierende Quantencomputer:

$$10^{-4}$$

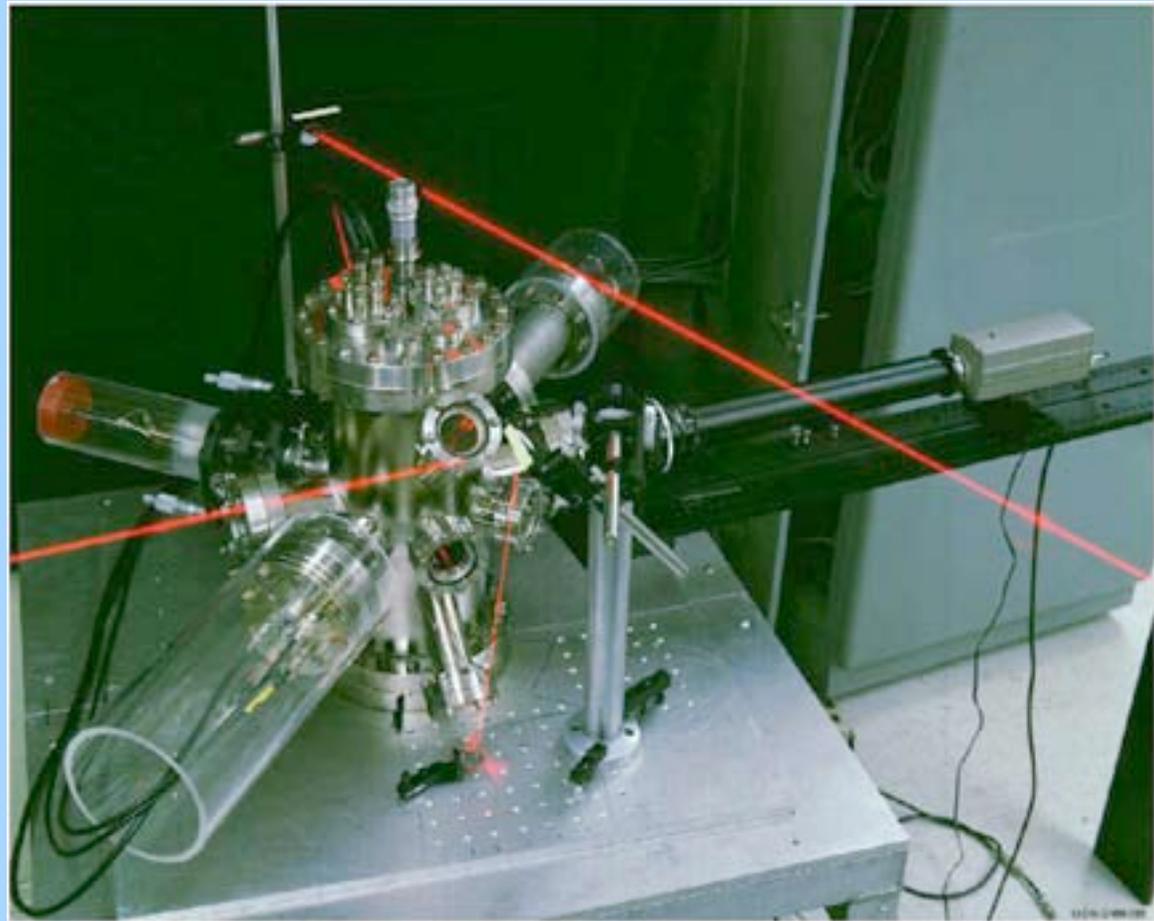
also nur ein Fehler auf 10.000 Operationen.

Technisch noch schwer realisierbar.

Der Quantencomputer

Vakuum-
Kammer zur
Quantencomputer-
Simulation

Los Alamos,
1995-2001





Der Quantencomputer



Trapped Ion Quantum Computer (Cirac, Zoller – Innsbruck):

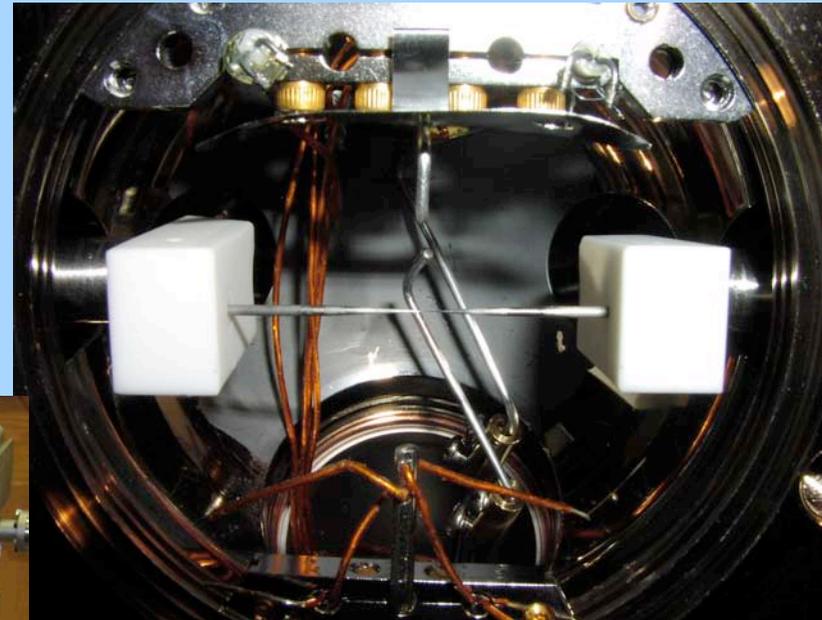
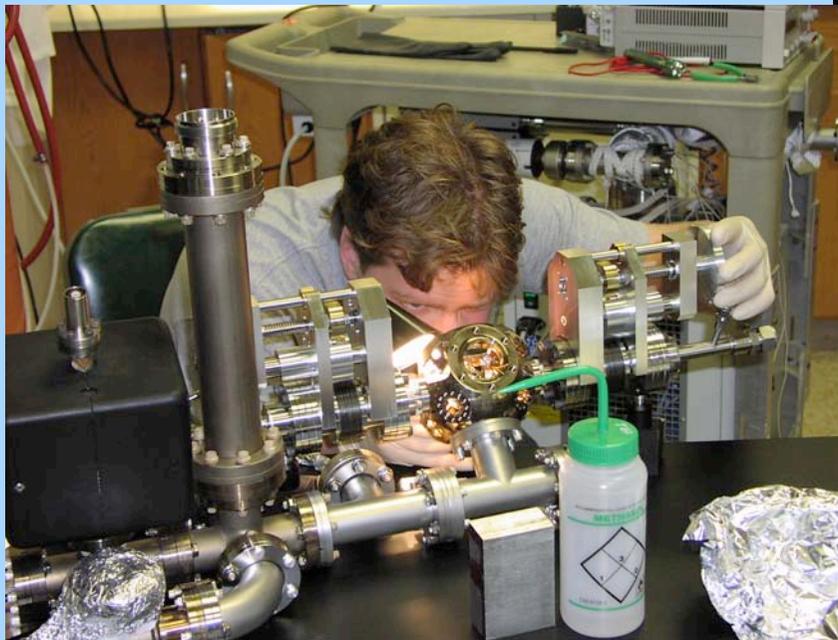
Ionen werden in einer **Radio-Frequenz-Falle** gefangen und so tief gekühlt, daß ihre aneinander gebundene Bewegung quantenmechanisch wird.

Ein **Laser** kann dann ihre Wahrscheinlichkeiten manipulieren.

Logische **Gates** werden durch Anregungszustände der gesamten Ionen erreicht

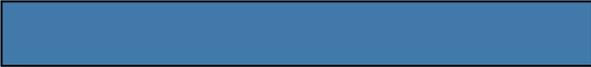
Der Quantencomputer

Der *Trapped Ion*
Quantum Computer
in Innsbruck





Der Quantencomputer

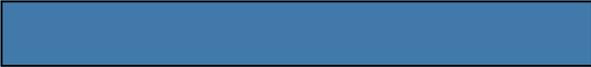


Probleme des Trapped Ion QC:

- Konstruktion der Ionen-Falle
- Ionen-Kühlung auf den Grundzustand
- Genauigkeit des Lasers



Der Quantencomputer



Konsequenz:

Quanten-PCs sind noch eine Frage von Jahren (Optimisten) bis Jahrzehnten (Pessimisten)!

Literatur

Einführungen (populär):

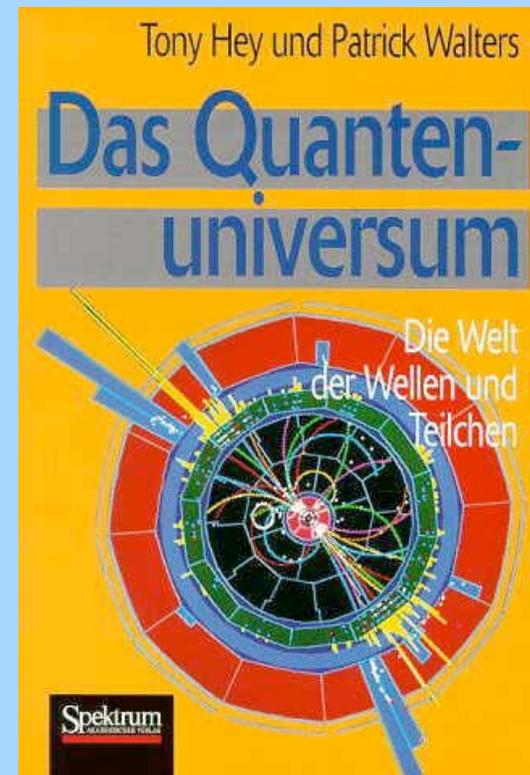
T. Hey & P. Walter

Das Quantenuniversum

J. Audretsch & K. Mainzer

Wieviele Leben hat

Schrödingers Katze



Literatur

Quanteninformati-
onstheorie:

Dagmar Buß

*Quanteninformati-
on*

